

## スピノル BEC 中の渦コア構造のトポロジカルな分類

# 1 一般物理理論

## 1.1 上田研究室

近年のナノサイエンスの発展により、原子や分子、光子を量子 1 個の単位で精密に制御・観測することが可能になってきた。当研究室では、このような高い制御性を有する系での量子多体問題、ナノ・スケールの熱力学、統計力学の基本原理などの解明を目指して理論研究を行っている。

### 1.1.1 冷却原子気体

#### クラスター展開法によるボース系およびフェルミ系の超流動相転移の研究

冷却フェルミ原子気体の BCS-BEC クロスオーバーが実験的に実現され、近年、超流動転移に伴う熱力学量の振舞が詳細に調べられている。この系は特に散乱長の発散するユニタリ極限付近において強相関量子多体系となるため、この系の超流動転移をクロスオーバー全体に渡って正しく記述する平均場理論は知られていない。本研究では、この系の相転移を解析するために、クラスター展開に基づく新しい方法を提案した。我々は Lee-Yang のクラスター展開法を一般化し、ボース系およびフェルミ系の超流動の発現の判定条件である、密度行列の非対格長距離秩序の発現を記述する方法を明らかにした。我々の形式は一様系のみならず、トランプボテンシャルのある冷却原子系でも使える一般的なものである。この研究は Physical Review A 誌に掲載された [5]。

#### スピノル・ボース気体の有限温度相図

内部自由度（スピinn）をもった Bose-Einstein 凝縮体（BEC）においては、スピinnに依存する相互作用と一次、二次ゼーマン効果の競合により様々な相が現れる。それらの相はスピinn空間内において異なった対称性を持ち、また一般に異なる磁化を持つ。我々は Hartree-Fock 平均場理論をスピノル系へ拡張することによって、有限温度の効果によって相境界や磁化がいかに変化するかを数値的および解析的に調べた。凝縮する原子と凝縮しない原子との間のコヒーレント衝突のため、系の凝縮成分が磁化を持つならば、非凝縮成分も磁化を持つことになる。先行研究でしばしば無視されていた非凝縮成分内の非対角コヒーレンスが相境界を大きく変えることがわかった。この研究は Physical Review A 誌に掲載された [6]。

一般に自発的に対称性が破れた系においては、秩序変数空間（秩序変数が縮退した空間）の第 1 ホモトピ一群を計算すれば量子渦を系統的に分類することが可能である。しかし厳密に言えば、この分類は渦コアから十分遠方でのみ成り立つため、渦コア近傍においては理論のさらなる拡張が必要である。我々は「拡張された秩序変数空間」を定義することによりスピノル BEC における系統的な渦コア構造の分類法を構築した。渦コア構造をトポロジーで分類することの利点は、数値計算をすることなく渦コア構造を予想し、さらに数値計算で見落としてしまっている状態も含め全ての渦コア状態を網羅することが可能となる点である。我々はこの手法を Spin 1 BEC に適用し、Spin 1 BEC の渦コア構造には異なる磁化の状態が同心円上に現れ、それぞれの同心円に沿った磁化状態には、局在したトポロジカル不变量が存在することを発見した。この研究は Physical Review A 誌に掲載された [7]。

#### 回転二成分ボース気体における量子ホール状態

高速回転する冷却原子気体においては、量子ホール系に似た非圧縮性状態が出現することが理論的に議論されている。スカラー・ボース気体の場合、基底状態が Read-Rezayi 波動関数と高いオーバーラップを持つことが示され、非可換統計に従う準粒子の観測が期待される系として興味を持たれている。我々は、原子が二つの内部状態を持つ二成分ボース気体における量子ホール状態を厳密対角化法により解析した。この系では、成分間相互作用を増加させるに従って、二成分が混成した非自明な量子ホール状態が現れることが期待される。解析の結果、(i) Read-Rezayi 状態の二成分系への拡張である非可換スピinn・シングレット状態が形成されること、(ii) 成分内・成分間の相互作用の比を変えることで異なった量子ホール状態間の相転移が起きることを示した。この研究は Physical Review A 誌に掲載された [11]。

#### 人工スピinn・軌道相互作用のもとでの BEC の分類

強いスピinn・軌道相互作用をする（擬）スピinn 1/2, 1, 2 のスピノル BEC の基底状態を対称性に基づいて分類する方法を開発した。SO(2) スピinn・空間回転対称性から離散対称性へと対称性の破れが起こると、光格子ボテンシャルが存在しなくとも系は自発的に格子構造を発現することが見出された。例えば、擬スピinn 1/2 の系では 2 種類のカゴメ格子が現れる。また、スピinn が 2 の BEC では 1 軸と 2 軸のネマティック相が交互に並んで格子を組むことが見出された。擬スピinn 1/2 の系では、平均場状態は時間反転対称性を常に破るが、多体系の基底状態では時間反転対称な基底状態が存在することが示される。この状態は分裂した凝縮体と呼ばれ、原子数が小さな凝縮体で実現されるものと期待される。この研究は Physical Review A 誌に掲載された [12]。

## 連続・離散スケーリング領域をつなぐ新しい三体束縛状態

2種類の Fermion からなる 3粒子系では、2つの3粒子束縛状態の存在が知られていた。2種類の Fermion の質量比が大きい場合、Efimov 状態が現れ、離散スケーリング則を示す。一方質量比が小さい場合、連続スケーリング則を満たす Kartavtsev-Malykh 状態という 3粒子束縛状態が存在することが知られていた。質量比を変化させた際に連続スケーリング則・離散スケーリング則の間をどのように移行するかを理解するため、我々は、質量比や粒子間相互作用の強さを変化させながら 3粒子問題を解いた。その結果、連続・離散いずれのスケーリング則も満たさない新しい3粒子束縛状態を発見し、Crossover 状態と命名した。この Crossover 状態を介することで、連続スケーリング・離散スケーリングの間の移行が可能になることが分かった。また相互作用の強さ・質量比を変化させた際に、どの領域にそれぞれの 3粒子束縛状態が存在するか系統的に調べた。その結果、広いパラメータ領域に Crossover 状態が存在することがわかった。この研究は Physical Review A 誌に掲載された [14]。

## スピノル BEC の流体力学的記述

スピノル BEC の平均場ダイナミクスを記述する方法の一つに、スピン密度やカレントといった観測量のみを変数として用いる流体力学的記述法がある。近年スピン 1 BEC のスピンテクスチャを非破壊的に観測する実験技術が確立され、この流体力学的な記述法は盛んに研究がされている。我々は、スピン 1 BEC について、スピンの偏極状態の時間的・空間的な変化に関わらず成り立つ一般的な流体力学方程式を導出した。得られた方程式群は、粒子密度、スピン密度、磁気四重極子（ネマティックテンソル）密度、カレントを変数とする閉じた方程式であり、粒子密度、スピン密度、ネマティックテンソル密度の連続の方程式と、渦度の方程式からなる。これらのうち渦度の方程式は、広義の Mermin-Ho 関係式といえる。また、スピン 1 BEC の流体力学的方程式は多成分 Gross-Pitaevskii 方程式と等価であることを示すことができ、フォノンやマグノンの低エネルギー励起モードを再現することができる。この研究は Physical Review A 誌に掲載された [15]。

## スピノル BEC の Beliaev 理論

内部自由度を持たない BEC については、基底状態のエネルギーや圧力、音速など様々な物理量を、平均場理論およびその最低次量子補正の範囲内で解析的に計算することができる。最近の実験および量子 Monte-Carlo シミュレーションにより、この最低次量子補正是、冷却原子気体での相互作用スケールにおける平均場理論からのずれを適切に記述することができる。我々はこの理論を拡張し、スピノル

BEC の物理量に対する最低次量子補正を与えるスピノル Beliaev 理論を構築した。スピノル BEC の励起モードの中には、線形分散関係をもつ密度波（フォノン）に加えて二次的分散関係をもつスピン波（マグノン）が現れる。量子補正のもと、密度揺らぎによってマグノンの有効質量が増加することが示された。つまり、マグノンの運動は他の粒子との相互作用によって阻害される。さらにマグノンの有効質量の増加率は異なる二つの相に対して等しいこともわかった。スピノル波束を利用することで、このようなマグノンの有効質量の増加や量子揺らぎの効果を実験的に検出することができる期待される。この研究は Annals of Physics 誌に掲載された [16]。

### 1.1.2 量子論および統計力学と情報理論の融合

#### Bethe 仮説解を用いた孤立量子系の熱平衡化現象の研究

孤立量子系における熱平衡化機構として eigenstate thermalization hypothesis (ETH) および typicality が提案されているが、それらの相対的な重要性は議論されていなかった。その理由は、ハミルトニアンの厳密対角化に要する数値計算コストのために ETH の有限サイズスケーリング解析を行うことが不可能だったからである。本研究では Bethe 仮説解を用いてこの数値計算コストを大幅に軽減し、ETH の有限サイズスケーリング解析に成功した。その結果、typicality が熱平衡化に対し ETH より大きな寄与をすることが分かった。この研究は Physical Review E 誌に掲載された [17]。

#### <受賞>

- [1] E. Yukawa: Poster Award, International Conference on Topological Quantum Phenomena, Nagoya, Japan, 2012.5.16-20.
- [2] 遠藤晋平: 日本物理学会秋季大会 第1回領域1学生プレゼンテーション賞(2012年9月).
- [3] 渡辺優: 第7回日本物理学会若手奨励賞(日本物理学会、2013年3月).
- [4] 古川俊輔: 第7回日本物理学会若手奨励賞(日本物理学会、2013年3月).

#### <報文>

(原著論文)

- [5] N. Sakumichi, N. Kawakami, and M. Ueda: Criteria of off-diagonal long-range order in Bose and Fermi systems based on the Lee-Yang cluster expansion method, Phys. Rev. A **85**, 043601(1)-043601(19) (2012).
- [6] Y. Kawaguchi, N. T. Phuc, and P. B. Blakie: Finite-temperature phase diagram of a spin-1 Bose gas, Phys. Rev. A **85**, 053611(1)-053611(11) (2012).

- [7] S. Kobayashi, Y. Kawaguchi, M. Nitta, and M. Ueda: Topological classification of vortex-core structures of spin-1 Bose-Einstein condensates, Phys. Rev. A **86**, 023612(1)-023612(14) (2012).
- [8] Y. Kawaguchi and M. Ueda: Spinor Bose-Einstein Condensates, Phys. Rep. **520**, 253-381 (2012).
- [9] S. Watabe, Y. Kato, and Y. Ohashi: Excitation transport through a domain wall in a Bose-Einstein condensate, Phys. Rev. A **86**, 023622(1)-023622(9) (2012).
- [10] S. Furukawa, M. Sato, S. Onoda, and A. Furusaki: Ground-state phase diagram of a spin-1/2 frustrated ferromagnetic XXZ chain: Haldane dimer phase and gapped/gapless chiral phases, Phys. Rev. B **86**, 094417(1)-094417(19) (2012).
- [11] S. Furukawa and M. Ueda: Quantum Hall states in rapidly rotating two-component Bose gases, Phys. Rev. A **86**, 031604(1)-031604(4)(R) (2012).
- [12] Z. F. Xu, Y. Kawaguchi, L. You, and M. Ueda: Symmetry classification of spin-orbit-coupled spinor Bose-Einstein condensates, Phys. Rev. A **86**, 033628(1)-033628(8) (2012).
- [13] T. Sagawa and M. Ueda: Fluctuation theorem with information exchange: Role of correlations in stochastic thermodynamics, Phys. Rev. Lett. **109**, 180602(1)-180602(5) (2012).
- [14] S. Endo, P. Naidon, and M. Ueda: Crossover trimers connecting continuous and discrete scaling regimes, Phys. Rev. A **86**, 062703(1)-062703(14) (2012).
- [15] E. Yukawa and M. Ueda: Hydrodynamic description of spin-1 Bose-Einstein condensates, Phys. Rev. A **86**, 063614(1)-063614(11) (2012).
- [16] N. T. Phuc, Y. Kawaguchi and M. Ueda: Beliaev theory of spinor Bose-Einstein condensates, Ann. Phys. **328**, 158-219 (2013).
- [17] T. N. Ikeda, Y. Watanabe, and M. Ueda: Finite-size scaling analysis of the eigenstate thermalization hypothesis in a one-dimensional interacting Bose gas, Phys. Rev. E **87**, 012125(1)-012125(5) (2013).
- (国内雑誌)
- [18] 池田達彦, 渡辺優, 上田正仁: 孤立量子系でミクロカノニカル分布が適用出来るための十分条件とその数値的検証, 素粒子論研究 Vol. **13**, No. 1, 299-310 (2012).
- (学位論文)
- [19] Shingo Kobayashi: Theoretical Study on Topological Phenomena in Ultracold Atomic Gases (博士論文).
- [20] Ken Funo: Theoretical Study on Thermodynamic Work Gain from Entanglement (修士論文).
- <学術講演>
- (国際会議)
- 一般講演
- [21] N. Sakumichi, N. Kawakami and M. Ueda: Lee-Yang cluster expansion study of the superfluid transition of an ultracold Fermi gas, International Conference on Frontiers of Cold Atoms and Related Topics, Hong Kong, China, 2012.5.14-17.
- [22] Z. F. Xu, Symmetry classification of spin-orbit coupled spinor Bose-Einstein condensates, International Conference on Frontiers of Cold Atoms and Related Topics, Hong Kong, 2012.5.14-5.17.
- [23] S. Furukawa and M. Ueda: Quantum Hall states in two-component Bose gases under rapid rotation, International Conference on Topological Quantum Phenomena, Nagoya, Japan, 2012.5.16-20.
- [24] S. Kobayashi, Y. Kawaguchi, M. Nitta, and M. Ueda: Topological classification of vortex-core structures in spinor BECs, International Conference on Topological Quantum Phenomena, Nagoya, Japan, 2012.5.16-20.
- [25] S. Endo, P. Naidon, and M. Ueda: Crossover between universal trimers and Efimov trimer, Annual Meeting of the APS Division of Atomic, Molecular and Optical Physics (DAMOP), Anaheim, US, 2012.6.4-8.
- [26] N. T. Phuc, Y. Kawaguchi, M. Ueda: Beliaev theory of spinor Bose-Einstein condensates, International conference on topological quantum phenomena, Nagoya, Japan, 2012.5.16-5.20.
- [27] K. Funo, Y. Watanabe and M. Ueda: Quantum Maxwell demon, International Workshop : Physics of information, information in physics, and the demon, Institute for Molecular Science, Aichi, 2012.6.27-29.
- [28] T. N. Ikeda, Y. Watanabe, and M. Ueda: Sufficient conditions and their verifications for the applicability of the microcanonical ensemble in isolated quantum systems, International Workshop : Physics of information, information in physics, and the demon, Institute for Molecular Science, Aichi, 2012.6.27-29.
- [29] N. Sakumichi: Lee-Yang cluster expansion study of BCS - BEC crossover, The Fourth Todai-Riken Meeting on ultra-cold atoms and QCD, RIKEN, Wako, Japan, 2012.7.20.
- [30] S. Endo, P. Naidon, and M. Ueda: Crossover trimers connecting continuous and discrete scaling regimes, The 23rd International Conference on Atomic Physics ICAP 2012, Ecole Polytechnique, France, 2012.7.23-27.
- [31] N. T. Phuc, Y. Kawaguchi, M. Ueda: Beliaev theory of spinor Bose-Einstein condensates, International conference on atomic physics (ICAP 23), Paris, France, 2012.7.23-7.27.

- [32] S. Endo: Crossover trimers connecting continuous and discrete scaling regimes, The 20th International IUPAP Conference on Few-Body Problems in Physics, Fukuoka, Japan, 2012.8.20-25.
- [33] N. Sakumichi, Y. Matsuzawa, Y. Suzuki and M. Ueda: Primitivity of the two-particle cluster function with a zero-range attractive s-wave interaction, The 20th International IUPAP Conference on Few-Body Problems in Physics, Fukuoka, Japan, 2012.8.20-25.
- [34] S. Endo: Crossover trimers connecting continuous and discrete scaling regimes, Workshop on few-body calculation of cold-atomic physics, RIKEN, Japan, 2012.8.27-31.
- [35] S. Endo and M. Ueda: Induced Interaction between heavy Fermi polarons, International workshop on ultracold Group II atoms, NICT, Japan, 2012.10.10-12.
- [36] N. Sakumichi, Y. Nishida, and M. Ueda: Lee-Yang cluster expansion approach to BCS-BEC crossover, The 72nd Okazaki Conference on “Ultimate Control of Coherence”, Aichi, Japan, 2013.1.8-10.
- [37] S. Furukawa and M. Ueda: Quantum Hall states in rapidly rotating two-component Bose gases, QS<sup>2</sup>C Theory Forum: International Symposium on “Strongly Correlated Quantum Science”, University of Tokyo, Tokyo, Japan, 2013.1.26-29.
- [38] T. N. Ikeda, Y. Watanabe, and M. Ueda: Finite-size scaling of the Eigenstate Thermalization Hypothesis in Lieb-Liniger model, QS<sup>2</sup>C Theory Forum: International Symposium on “Strongly Correlated Quantum Science”, University of Tokyo, Tokyo, Japan, 2013.1.26-29.
- [39] N. Sakumichi, Y. Nishida, and M. Ueda: Lee-Yang cluster expansion approach to BCS-BEC crossover, QS<sup>2</sup>C Theory Forum: International Symposium on “Strongly Correlated Quantum Science”, University of Tokyo, Tokyo, Japan, 2013.1.26-29.
- [40] S. Watabe, and Y. Ohashi: Green’s function formalisms of a condensed Bose system meeting the Nepomnyashchii identity, QS<sup>2</sup>C Theory Forum: International Symposium on “Strongly Correlated Quantum Science”, University of Tokyo, Tokyo, Japan, 2013.1.26-29.
- [41] S. Watabe: Green’s function formalisms of a condensed Bose system meeting the Nepomnyashchii identity, FINESS-2013: Finite-Temperature Non-Equilibrium Superfluid Systems, Queenstown, New Zealand, 2013.2.16-20.
- [42] S. Furukawa and M. Ueda: Quantum Hall states in rapidly rotating two-component Bose gases, American Physical Society March Meeting 2013, Baltimore, US, 2013.3.18-22.
- [43] M. Ueda: Topological Aspects in Ultracold Atoms, New Directions in Ultracold Atomic Systems, Aspen, USA, 2012.1.8-14.
- [44] M. Ueda: Three Universal Trimers: Efimov, Kartavtsev-Malykh, and Crossover Trimer, International Conference on Frontiers of Cold Atoms and Related Topics, Hong Kong, China, 2012.5.14-17.
- [45] M. Ueda: Topological Aspects in Ultracold Atomic Gases, International Conference on Topological Quantum Phenomena, Nagoya, Japan, 2012.5.16-20.
- [46] Z. F. Xu: Symmetry classification of spin-orbit coupled spinor Bose-Einstein condensates, The 5th International Symposium on Cold Atom Physics (ISCAP-V), Three Gorges Yichang, China, 2012.6.23-27.
- [47] M. Ueda: Three Universal Trimers in Ultracold Atoms, Workshop on Quantum Simulations with Ultracold Atoms, Trieste, Italy, 2012.7.16-20.
- [48] S. Kobayashi, Y. Kawaguchi, M. Nitta, and M. Ueda: Topological classification of vortex-core structures in spinor BECs, 21st International Laser Physics Workshop, Calgary, Canada, 2012.7.23-27.
- [49] N. Sakumichi, N. Kawakami and M. Ueda: Criteria of off-diagonal long-range order in Bose and Fermi systems based on the Lee-Yang cluster expansion method, 21st International Laser Physics Workshop, Calgary, Canada, 2012.7.23-27.
- [50] M. Ueda: Three Universal Trimers in Ultracold Atoms, The 23rd International Conference on Atomic Physics, Palaiseau, France, 2012.7.23-27.
- [51] M. Ueda: Information Thermodynamics, Dynamics and Thermodynamics in Isolated Quantum Systems, Santa Barbara, USA, 2012.8.20-24.
- [52] M. Ueda: Maxwell’s Demon and Information Thermodynamics, XXVth Marian Smoluchowski Symposium on Statistical Physics: Fluctuation Relations in Nonequilibrium Regime, Krakow, Poland, 2012.9.10-13.
- [53] M. Ueda: Topological Excitations in Ultracold Atoms (keynote speech), Quantum Technologies Conference III, Warsaw, Poland, 2012.9.9-15.
- [54] M. Ueda: Three Universal Trimers in Ultracold Atom, Correlations and Coherence at Different Scales, Ustron, Poland, 2012.9.13-18.
- [55] M. Ueda: Information Thermodynamics and Fluctuation Theorem, The 2013 Berkeley Mini Statistical Mechanics Meeting, Berkeley, USA, 2013.1.11-13.
- [56] M. Ueda: Information Thermodynamics and Fluctuation Theorem, Pushing the Boundaries with Cold Atoms, Stockholm, Sweden, 2013.2.6.

招待講演

(国内会議)

## 一般講演

- [57] 川口由紀: スピノール BEC の流体力学的記述、新学術領域研究「対称性の破れた凝縮系におけるトポロジカル量子現象」第 8 回集中連携研究会 冷却原子気体とトポロジー、東京大学、2012.6.4-5.
- [58] 小林伸吾、小林未知数、川口由紀、新田宗士、上田正仁: 拡張されたホモトピー理論によるトポロジカル励起の分類、新学術領域研究「対称性の破れた凝縮系におけるトポロジカル量子現象」第 8 回集中連携研究会 冷却原子気体とトポロジー、東京大学、2012.6.4-5.
- [59] Z. F. Xu: Symmetry classification of spin-orbit coupled spinor Bose-Einstein condensates、新学術領域研究「対称性の破れた凝縮系におけるトポロジカル量子現象」第 8 回集中連携研究会 冷却原子気体とトポロジー、東京大学、2012.6.4-5.
- [60] 古川俊輔: 回転二成分ボース気体における量子ホール状態、新学術領域研究「対称性の破れた凝縮系におけるトポロジカル量子現象」第 8 回集中連携研究会 冷却原子気体とトポロジー、東京大学、2012.6.4-5.
- [61] N. T. Phuc: 内部自由度を持つボース凝縮体の Beliaev 理論、新学術領域研究「対称性の破れた凝縮系におけるトポロジカル量子現象」第 8 回集中連携研究会 冷却原子気体とトポロジー、東京大学、2012.6.4-5.
- [62] 遠藤晋平、上田正仁: インバランス Fermi 系におけるポーラロン間の有効相互作用、日本物理学会 2012 年秋季大会、横浜国立大学、2012.9.18-21.
- [63] 作道直幸、川上則雄、上田正仁: Perron-Frobenius の定理を用いた冷却 Fermi 気体の超流動転移の解析、日本物理学会 2012 年秋季大会、横浜国立大学、2012.9.18-21.
- [64] N. T. Phuc、川口由紀、上田正仁: Beliaev theory of spinor Bose-Einstein condensates、2012 年日本物理学会秋季大会、横浜国立大学、2012.09.18-09.21.
- [65] 古川俊輔、上田正仁: 高速回転する二成分ボース気体における量子ホール状態、日本物理学会 2012 年秋季大会、横浜国立大学、2012.9.18-21.
- [66] 古川俊輔、佐藤正寛、小野田繁樹、古崎昭: スピン 1/2 フラストレート強磁性鎖におけるハルデン・ダイマー相とベクトル・カイラル相の競合、日本物理学会 2012 年秋季大会、横浜国立大学、2012.9.18-21.
- [67] 渡部昌平、大橋洋士: 相互作用する有限温度ボース気体の多体効果 その 2、日本物理学会 2012 年秋季大会、横浜国立大学、2012.9.18-21.
- [68] S. Endo: Physical Origin of the Universal Three-body Parameter in Atomic Efimov Physics、第 2 回 John L. Hall 先生 若手研究者との集い、東京大学、2012.10.8.
- [69] 布能謙、渡辺優、上田正仁: Thermodynamic work gain from entanglement using Maxwell's demon、第 27 回量子情報技術研究会 (QIT27)、慶應大学、2012.11.27-11.28.
- [70] 古川俊輔、上田正仁: 高速回転する二成分ボース気体における量子ホール状態、第 6 回物性科学領域横断研究会、東京大学、2012.11.27-28.

[71] 渡部 昌平、大橋 洋士: Nepomnyashchii identity を満たす Bose 系の Green 関数、第 6 回物性科学領域横断研究会、東京大学、2012.11.27-28.

[72] 池田達彦, Anatoli Polkovnikov, 上田正仁: 孤立量子系の操作後の対角エントロピーに含まれる普遍的な量子補正、日本物理学会第 68 回 (2013 年) 年次大会、広島大学、2013.3.26-29.

[73] 遠藤晋平、上田正仁: インバランス Fermi 系におけるポーラロンのダイナミクス、日本物理学会第 68 回 (2013 年) 年次大会、広島大学、2013.3.26-29.

[74] 小林伸吾、N. Tarantino、上田正仁: トポロジカル励起共存系における不变量の遷移、日本物理学会第 68 回 (2013 年) 年次大会、広島大学、2013.3.26-29.

[75] 作道直幸、西田祐介、上田正仁: Lee-Yang のクラスター展開法に基づく BCS-BEC クロスオーバー理論、日本物理学会第 68 回 (2013 年) 年次大会、広島大学、2013.3.26-29.

[76] N. T. Phuc、川口由紀、上田正仁: First-order quantum phase transition in Bose gases、2012 年日本物理学会年次大会、広島大学、2013.03.26-09.29.

[77] 布能謙、渡辺優、上田正仁: エンタングルメントからの熱力学的仕事のゲイン、日本物理学会第 68 回 (2013 年) 年次大会、広島大学、2013.3.26-29.

## 招待講演

[78] 上田正仁: マックスウェルの悪魔と情報熱力学、公開フォーラム一光科学の新しい可能性に挑戦する一、東京、2012.8.6.

[79] 古川俊輔: 量子臨界系におけるエンタングルメント・エントロピー、日本物理学会 2012 年秋季大会 シンポジウム講演、横浜国立大学、2012.9.18-21.

[80] 古川俊輔: 量子多体系におけるエンタングルメント・エントロピーの研究、日本物理学会第 68 回 (2013 年) 年次大会 若手奨励賞受賞講演、広島大学、2013.3.26-29. (セミナー等)

[81] 作道直幸: Lee-Yang の量子クラスター展開法を用いた非対角長距離秩序の判定条件、理化学研究所、2012.04.17.

[82] S. Furukawa: Spin wave excitations and microscopic model for multiferroic BiFeO<sub>3</sub>, Department of Physics and Astronomy, Seoul National University, Korea, 2012.4.30.

[83] 小林伸吾: Classification of vortex-core structures of spinor BECs、理研セミナー、理化学研究所、2012.5.8.

[84] 古川俊輔: 高速回転する二成分ボース気体における量子ホール状態、東京工業大学物性物理学専攻、2012.6.8.

[85] S. Watabe: Many-body Effect on an Interacting Bose Gas, Summer School on Quantum Many-Body Physics of Ultra-Cold Atoms and Molecules, ICTP, Italy, 2012.7.2-13.

- [86] 池田達彦, 渡辺優, 上田正仁: 孤立量子系においてミクロカノニカル分布が適用出来るための十分条件とその検証, 京都大学基礎物理学研究所, 2012.7.31.
- [87] S. Endo: Universal physics of three-particle systems in ultracold atoms, Queens University, Belfastm, UK, 2012.7.31.
- [88] 遠藤晋平: 冷却 Fermi 系におけるポーラロン間の有効相互作用、第 57 回物性若手夏の学校、ぎふ長良川温泉 ホテルパーク、2012.8.6-10.
- [89] 遠藤晋平 : Crossover trimers connecting continuous and discrete scaling regimes、第 57 回物性若手夏の学校、ぎふ長良川温泉 ホテルパーク、2012.8.6-10.
- [90] 作道直幸: 量子クラスター展開法を用いたユニタリー気体の研究、量子情報処理プロジェクト夏期研修会 2012～量子情報未来テーマ開拓研究会～、沖縄・宮古島ホテルブリーズベイマリーナ、2012.8.8-18.
- [91] E. Yukawa and M. Ueda: Hydrodynamic Equations of Spin-1 Bose-Einstein Condensates, 量子情報処理プロジェクト夏期研修会 2012～量子情報未来テーマ開拓研究会～、沖縄・宮古島ホテルブリーズベイマリーナ、2012.8.8-18.
- [92] 遠藤晋平: Universal 領域における 3 粒子束縛状態の物理とその分類～冷却原子気体における少数多体系研究の進展～、東京理科大学神楽坂キャンパス、2012.9.5.
- [93] T. N. Ikeda: Finite-size scaling analysis of ETH in Lieb-Liniger gas and related studies, University of Massachusetts Boston, Sep. 28, 2012.9.28.
- [94] T. N. Ikeda: Foundation of quantum statistical mechanics and eigenstate thermalization hypothesis, Boston University, 2012.10.3.
- [95] 古川俊輔: Quantum Hall states in rapidly rotating two-component Bose gases、理研セミナー、理化学研究所、2012.11.5.
- [96] 小林伸吾 : Abe homotopy classification and the topological influence、永長研究室セミナー、東京大学、2012.11.8.
- [97] 遠藤晋平: 冷却原子気体における Few-body, Many-body Physics、東京理科大学野田キャンパス、2012.11.9.
- [98] 小林伸吾 : Abe homotopy group and topological influence in multiple topological excitation systems、理論インフォーマルセミナー、物性研究所、2012.11.19.
- [99] 池田達彦: 対角エントロピー変化に含まれる普遍的な量子補正と熱力学第二法則、第 5 回基礎物理セミナー合宿、箱根太陽山荘、2012.12.8-12.10.
- [100] 遠藤晋平: 少数多体系の理論的手法、第 5 回基礎物理セミナー合宿、箱根太陽山荘、2012.12.8-12.10.
- [101] 倉持 結: 光子数計数とホモダイン検波の同時測定過程の解析、第 5 回基礎物理セミナー合宿、箱根太陽山荘、2012.12.8-12.10.
- [102] 作道直幸 : 量子クラスター展開法による BCS-BEC クロスオーバーの研究、第 5 回基礎物理セミナー合宿、箱根太陽山荘、2012.12.8-12.10.
- [103] 布能謙、渡辺優、上田正仁: エンタングルメントからの熱力学的仕事のゲイン、第 5 回基礎物理セミナー合宿、箱根太陽山荘、2012.12.8-12.10.
- [104] 古川俊輔: 高速回転する二成分ボース気体における量子ホール状態、第 5 回基礎物理セミナー合宿、箱根太陽山荘、2012.12.8-12.10.
- [105] 渡部 昌平: Green 関数論から見るボース・アインシュタイン凝縮体の基本的性質、第 5 回基礎物理セミナー合宿、箱根太陽山荘、2012.12.8-12.10.
- [106] N. T. Phuc, Y. Kawaguchi, M. Ueda: Beliaev theory of spinor Bose-Einstein condensates, Berge Englert group's seminar, Center for Quantum Technology, National University of Singapore, Singapore, 2013.1.9.
- [107] 作道直幸 : BCS-BEC クロスオーバーとユニタリーフェルミ気体、核物理×物性セミナー、千葉工業大学、2013.1.12.
- [108] 古川俊輔: エンタングルメント・エントロピーと共に形場理論、第 27 回数理物理・物性基礎論セミナー、学習院大学、2013.2.16.
- [109] T. N. Ikeda: The second law of pure state thermodynamics, University of Heidelberg, Germany, 2013.3.5.
- [110] M. Ueda: Symmetry Breaking and Topological Excitations in Bose-Einstein Condensates, Zurich Physics Colloquium, Zurich, Switzerland, 2013.3.6.
- [111] N. Sakumichi: Criteria of Off-Diagonal Long-Range Order in Bose and Fermi Systems Based on the Lee-Yang Cluster Expansion Method, SOLL Seminar, Melbourne, Australia, 2013.3.8.
- [112] 遠藤晋平: Universal 領域における 3 粒子束縛状態の物理とその分類、九州大学、2013.3.22.

# 1 Ueda Group

**Research Subjects:** Bose-Einstein condensation, Fermionic superfluidity, cold molecules, measurement theory, quantum information, quantum control

**Member:** Masahito Ueda and Shunsuke Furukawa

## Quantum Many-body Phenomena in Ultracold Atoms

**Criteria of off-diagonal long-range order in Bose and Fermi systems based on the Lee-Yang cluster expansion method:** The superfluid state of cold fermionic gases displays a crossover from a Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS) state to a Bose-Einstein condensate (BEC) of molecules, as the interaction is tuned by a Feshbach resonance. Since this system is strongly correlated especially in the crossover regime, no mean field theory has been known to describe the superfluid transition of this system in the entire range of the interaction strength. In this work, we formulated a new approach to this problem on the basis of the Lee-Yang cluster expansion method. We extended this method so that it can identify the criteria of the off-diagonal long-range order of the density matrices in both Bose and Fermi systems. This formulation is applicable to both a uniform system and a trapped system without relying on a local-density approximation and provides systematic expansions of one-particle and multiparticle density matrices in terms of cluster functions. This work was published in Phys. Rev. A [N. Sakumichi, N. Kawakami, and M. Ueda, Phys. Rev.A **85**, 043601 (2012)].

**Finite-temperature phase diagram of a spin-1 Bose gas:** Depending on the relative strengths of the spin-dependent interaction, linear and quadratic Zeeman shifts, a BEC with spin degrees of freedom (spinor BEC) can exist in various phases. These phases have different magnetizations and symmetries in spin space. By developing a Hartree-Fock mean-field formalism for a spinor system, we investigated both numerically and analytically how the phase boundaries and the system's magnetizations are modified by finite temperatures. Due to the coherent collisions between condensed and noncondensed atoms, the noncondensate also acquires a finite magnetization provided the condensate is magnetized. We found that off-diagonal coherence within the noncondensate can shift the phase boundaries greatly, and thus, it cannot be neglected as in some previous studies. This work was published in Phys. Rev. A [Y. Kawaguchi, N. T. Phuc, and P. B. Blakie, Phys. Rev. A **85**, 053611 (2012)].

**Topological classification of vortex core structures in spinor Bose-Einstein condensates:** We proposed a method for topologically classifying vortex-core structures in spinor BECs. Vortices (line defects) are classified by topological charges within a conventional use of the homotopy theory. However, vortices having the same topological charge can in general have different core structures. We extended the conventional homotopy theory so that it can classify core structures. We introduced the “extended order parameter manifold (OPM)”, which can treat the spatial variation of order parameters in vortex core states. By applying our method to spin-1 BECs and calculating its extended OPM, we systematically found exotic vortex-core structures in which phases with different magnetizations appear in a concentric fashion. We identified a localized topological charge defined in each phase forming an annulus region. This work was published in Phys. Rev. A [S. Kobayashi, Y. Kawaguchi, M. Nitta, and M. Ueda, Phys. Rev. A **86**, 023612 (2012)].

**Quantum Hall states in rapidly rotating two-component Bose gases:** Ultracold atomic gases under rapid rotation offer interesting analogues of quantum Hall systems with a variety of statistics and internal states of constituent particles. We studied strongly correlated phases of two-component (or pseudo-spin-1/2) Bose gases under rapid rotation by means of exact diagonalization. As the ratio of the inter-component contact interaction  $g_{\uparrow\downarrow}$  to the intra-component one  $g$  increases, the two components are expected to be entangled to form novel ground states. For  $g_{\uparrow\downarrow} = g$ , we find the formation of gapped spin-singlet states at the filling factors  $\nu = k/3 + k/3$  (the  $k/3$  filling for each component) with integer  $k$ . In particular, we presented numerical evidences that the gapped state with  $k = 2$  is well described as a non-Abelian spin-singlet (NASS) state, in which excitations feature non-Abelian statistics. Furthermore, we find the phase transition from the product of composite fermion states to the NASS state by changing the interaction ratio  $g_{\uparrow\downarrow}/g$ . This work was published in Phys. Rev. A [S. Furukawa and M. Ueda, Phys. Rev. A **86**, 031604 (2012)].

**Symmetry classification of spin-orbit-coupled spinor Bose-Einstein condensates:** We developed a symmetry classification scheme to classify ground states of strongly spin-orbit-coupled spinor BECs,

including pseudo-spin-1/2, spin-1, and spin-2 cases. Associated with breaking of simultaneous  $SO(2)$  spin-space rotation symmetry in favor of discrete symmetries, various types of lattice structures emerge in the absence of lattice potentials. Examples include two different kagome lattices for pseudo-spin-1/2 condensates and a nematic vortex lattice in which uniaxial and biaxial spin textures align alternately for spin-2 condensates. For the pseudo-spin-1/2 system, although mean-field states always break time-reversal symmetry, there exists a time-reversal-invariant many-body ground state, which is fragmented and expected to be observed in a microcondensate. This result was published in Phys. Rev. A [Z. F. Xu, Y. Kawaguchi, L. You, and M. Ueda, Phys. Rev. A **86**, 033628(1)-033628(8) (2012)].

**Crossover trimers connecting continuous and discrete scaling regimes:** In a three-body system composed of two component fermions, two types of trimers were known to exist. When the mass ratio between the two components is large, the Efimov states appear, which show a discrete scaling symmetry. For a smaller mass ratio, on the other hand, the Kartavtsev-Malykh trimers emerge, which feature a continuous scaling symmetry. We investigated how these two trimers evolve into each other and how the scaling symmetry of the trimers changes. We found a new type of trimers, the crossover trimers. This trimer neither possesses continuous nor discrete symmetries, and smoothly connect the Kartavtsev-Malykh trimers and the Efimov trimers. We varied the mass ratio and scattering length and mapped out in which region of parameter space each of the trimers can exist. This work was published in Phys. Rev. A [S. Endo, P. Naidon, and M. Ueda, Phys. Rev. A **86**, 062703 (2012)].

**Hydrodynamic description of spin-1 Bose-Einstein condensates:** Recently, non-destructive imaging of spin textures in spin-1 BECs has been established, which has prompted theoretical researches of the hydrodynamic description of spinor BECs. We derived a complete set of hydrodynamic equations for spin-1 BECs that is valid regardless of the spatiotemporal dependence of the spin polarization. The obtained equations, which are expressed in terms of the density, the spin density, the nematic tensor, and the mass current, involve the continuity equations for the density, the spin density, and the nematic tensor, and the “generalized” Mermin-Ho relation for the vorticity. We also show that our hydrodynamic equations are equivalent to the multi-component Gross-Pitaevskii equations and reproduce the low-lying collective modes for phonons and magnons. This work was published in Phys. Rev. A [E. Yukawa and M. Ueda, Phys. Rev. A **86**, 063614 (2012)].

**Beliaev theory of spinor Bose-Einstein condensates:** For a scalar (spinless) BEC, both the mean-field results and the associated leading-order quantum corrections of the ground-state energy, the pressure, and the phonons’ velocity can be derived analytically. Recent experiments and quantum Monte-Carlo simulations have shown that those leading-order corrections can accurately describe the deviations from the mean-field results for the maximum value of interaction realized in the field of ultracold atoms. We developed the spinor Beliaev theory which can give the leading-order quantum corrections of observables in a spinor Bose gas. In a spinor BEC, there exist spin waves (magnons) with quadratic dispersion relations in addition to density wave (phonons) with linear dispersion relations. We find that the effective mass of magnons increases due to density fluctuations, i.e., the motion of magnons is hindered by interaction with other particles. The enhancement factor of magnons’ effective mass is the same for two different phases investigated. The effective mass of magnons, and, in turn, the quantum fluctuation effects can be experimentally probed by using a spinor wave packet. This work was published in Ann. Phys. [N. T. Phuc, Y. Kawaguchi and M. Ueda, Ann. Phys. **328**, 158 (2013)].

---

### Quantum Information, Quantum Measurement, and Foundation of Statistical Mechanics

**Bethe ansatz analysis of the thermalization mechanism of an isolated quantum system:** Two thermalization mechanisms, the eigenstate thermalization hypothesis (ETH) and the typicality, have been recently proposed. However, the relative importance of these mechanisms has not yet been clarified. This is because a huge computational cost is required to perform a finite-size scaling analysis of the ETH by numerical diagonalization of interacting Hamiltonians. In this work, we used a Bethe ansatz solution of a one-dimensional Bose gas, and performed a systematic finite-size scaling analysis of the ETH. The use of an exact solution significantly reduced the computational cost. We found that the typicality gives a greater effect in the thermalization than the ETH. This work was published in Phys. Rev. E [T. N. Ikeda, Y. Watanabe, and M. Ueda, Phys. Rev. E **87**, 012125 (2013)].