

1 一般物理理論

1.1 上田研究室

近年のナノサイエンスの発展により、原子や分子、光子を量子1個のレベルで精密に測定し、制御することが可能になってきた。当研究室では、このような高い制御性を有する系での量子多体問題の解明と、その基礎となるナノスケールの熱力学・統計力学の構築を目指して理論研究を行っている。特に近年の中心的テーマとなっているのは、冷却原子気体・非平衡開放系の研究、および、量子論・統計力学と情報論・人工知能の融合である。レーザー冷却により絶対零度近くまで冷却された原子系においては、高い制御性のもとで、ボース・アインシュタイン凝縮 (BEC) などの巨視的量子現象や、固体物理、宇宙物理とも類似した現象を創り出し、その普遍的性質と新しい量子多体物理の可能性を探究することができる。私たちは、環境への散逸や量子測定の反作用の影響下にある冷却原子系の非ユニタリダイナミクス、非平衡開放系における相の分類、人工ゲージ場中での量子ホール効果や渦格子、孤立量子系の熱平衡化などについて研究を行っている。同時に私たちは、情報をキーワードとして量子論や統計力学の基礎概念を捉え直し、物理と情報を融合させた新分野の構築を目指す研究にも取り組んでいる。特に測定やフィードバック制御を行うもとの情報の流れに着目し、熱力学の第二法則や揺らぎの定理の一般化、波束収縮のダイナミクス、測定結果からのハミルトニアン推定などの研究を行っている。さらに、私たちは機械学習や深層学習における情報処理のプロセスに注目し、物理学の視点から AI や機械学習の理解に取り組んでいる。

1.1.1 冷却原子気体・非平衡開放系

散逸下の1次元 Hubbard 模型の厳密解

冷却原子気体においては、原子間の非弾性散乱などに起因する散逸が広く存在する。このような散逸が存在する開放量子系のダイナミクスは、ハミルトニアンではなくリウビリアンと呼ばれる非エルミートな超演算子によって生成される。1次元 Hubbard 模型などの重要な量子多体系の一部のクラスには Bethe 仮設法による厳密解が知られているが、これはハミルトニアンの対角化問題の解であり平衡系または孤立系にしか適用できない。我々は、冷却原子気体で実現されている散逸下の1次元 Hubbard 模型について、Bethe 仮設法を非エルミート領域に拡張するこ

とでリウビリアンの対角化問題の厳密解を導いた。この解によって非平衡定常状態とその周りの励起状態の分散関係を厳密に求め、さらに相互作用と散逸の競合によってリウビリアンが対角化不可能となる例外点転移が起こることを示した。解法にはリウビリアンの三角行列構造を利用しており、これは開放量子多体系に対する新しいクラスの可解模型の例を与えている [17]。

乱れたポテンシャル中を流れる超流動体の有効温度

一様な空間中にあるボース粒子系は、基底状態において空間全体にわたって巨視的波動関数の位相がそろった「非対角長距離秩序」を示すことが知られている。本研究では、乱れたポテンシャル中を一定の速度で流れる超流動ボース気体に関して、秩序変数の空間的なゆらぎの性質を調べた。その結果、ランダムネスと流れとの相乗効果が、秩序変数に対して熱平衡系における熱ゆらぎと等価な働きを持つことが明らかとなった。このことは、一次元と二次元では非対角長距離秩序が存在しないことを意味する。本研究の成果は、非平衡状態にある複雑な量子系の振る舞いを理解するうえでも平衡統計力学の枠組みが近似的に適用できることを示唆している [14]。

制限された量子ダイナミクスにおける普遍的な誤差上限

量子系でエネルギースケールに十分大きなギャップが開いているときは、実効的な物理は低エネルギー理論によって近似できることがよく知られている。この有効理論によりダイナミクスも近似できるが、実際には時間とともに誤差が蓄積し、近似は悪くなっていくと考えられる。我々はこのような制限されたダイナミクスにおける誤差について、普遍的に成り立つ誤差の上限を厳密に示した。これは制限されたダイナミクスの（ある時間スケールまでの）妥当性を数学的に保証する初めての結果になっている [3, 4]。

非エルミートトポロジカル相

近年、非平衡開放系や強相関電子系において、非エルミートな有効ハミルトニアンによって記述されるトポロジカル現象に大きな関心が集まっている。とくに、非エルミート系に固有のトポロジーに起因して多数の局在状態が現れる表皮効果と呼ばれる現象が、理論・実験の両面からさかんに研究されている。われわれは、相反性が存在するシンプレクティック対称性クラスでは、新しい表皮効果が生じ、それゆえに従来のバンド理論が適用できないことを明らかにした [5]。そして、従来のバンド理論に代わる、シンプレクティック対称性クラスにおける非エルミート系のバンド理論を一般的に構築した。また、非エルミートなトポロジカル相では、実スペクトルが実現できず、それゆえにダイナミクスが不安定になりう

ることが、ひろく知られていた。われわれは、この通説に反して、シンプレクティック対称性クラスにおいては、実スペクトルをもつ非エルミートなトポロジカル相が実現できることを見出し、その典型例を実験可能なかたちで具体的に示した [9]。さらに、回転対称性に守られた非エルミートな 2 次元系で、4 角にのみ多数の局在状態が現れる新しい局在現象を見出し、高次表皮効果と名付けた [13]。この結果は、これまで開拓されてこなかった、非エルミート系における空間対称性の役割を探究するものでもある。

非エルミート系の局在スケーリング理論

不純物をはじめとした乱れの効果は、波の局在をもたらす (Anderson 局在)、輸送現象に大きな影響を及ぼす。エネルギーや粒子の散逸は、波のコヒーレンスを破壊しうるため、輸送現象においても重要になるが、その普遍的な理解は得られておらず、乱れた非平衡開放系における局在現象・輸送現象については、多くが未解明であった。われわれは、非平衡開放系 (非エルミート系) における局在現象を普遍的なかたちで記述するスケーリング理論を構築した [19]。とくに、孤立平衡系についての従来の局在スケーリング理論における最も重要な仮定である、単一パラメータスケーリング仮説が、非平衡開放系では一般に破れ、それゆえに非平衡開放系に特有のくりこみ群の固定点とそれにとまらう局在転移が現れることを明らかにした。さらに、その新しい局在転移の普遍性クラスを、対称性にもとづいて一般的に分類した。

非エルミート量子多体系におけるエネルギーギャップを閉じない連続相転移

相互作用が局所的で励起ギャップの開いたハミルトニアンによって記述される系では、ハミルトニアンの連続的な系列によって滑らかに接続される 2 つの系が同じ相に属する。一方で近年は非エルミートなハミルトニアンによって有効的に記述される量子開放系にも注目が集まっている。しかし、エルミート系で古くから基本的な役割を果たしてきた励起ギャップと量子相の関係が非エルミートな量子多体系においても成立するかは未解明だった。我々は、非エルミートな量子多体系においては、相互作用が局所的なハミルトニアンで記述される量子相の間の連続相転移が励起ギャップを閉じることなく起こりうることを指摘した。このような相転移においては、ハミルトニアンのパラメータに対する感受率がエネルギー固有状態の非直交性ゆえに特異性を持つ。このような新奇な相転移を示す典型例として、トリーク・コード模型に非エルミート性を導入した可解模型を構築した [15]。

局所ランダム行列理論に基づく固有状態熱化仮説の検証

統計力学においては平衡状態は混合状態であるアンサンブルで記述されるが、孤立量子系では初期時刻に純粋状態にあった系はその後も純粋状態にあり続ける。一方で、孤立量子系が熱平衡状態へ緩和することが冷却原子気体などを用いて実験的に確かめられている。そこで、孤立量子系の熱平衡状態への緩和を説明する機構として、多体ハミルトニアン固有状態はそれ自体すでに熱平衡状態にあるという固有状態熱化仮説が広く受け入れられている。しかし、示量的な数の保存量を持つ系や多体局在現象を示す系など、固有状態熱化仮説を破る例もいくつか知られている。我々は、現実系が持つ相互作用の局所性や少数体性を反映したハミルトニアンのアンサンブルを構成し、そのアンサンブル上で固有状態熱化仮説が典型的に成立することを数値的に実証した。一方で、マイクロカノニカル平均からのずれの分布は、従来固有状態熱化仮説の典型性の数学的背景として提案されていた高次元球面における測度の集中現象から導かれる分布とは著しく異なることを発見した [18]。

1.1.2 量子論・統計力学と情報理論・人工知能の融合

量子倒立振り子の深層強化学習による制御

倒立振り子 (cartpole) の安定化は、強化学習における最も有名なベンチマーク問題のひとつである。我々は山型ポテンシャル中の粒子を考えることでこの問題を量子系へと一般化し、現代的な深層 Q 学習アルゴリズムを適用して不安定な量子系を学習し安定化させた。山型ポテンシャル中で波動関数が拡散していくのを抑える方法として粒子位置の連続測定を用い、それが引き起こす測定の反作用により粒子の平均位置を確率的に移動させ、測定とフィードバックを組み合わせた制御法を構築した。本研究では 2 次関数型・4 次関数型のポテンシャルを扱い、また対応する通常の谷型ポテンシャル中の振動子の場合も調べた。2 次関数型ポテンシャルの場合には、粒子の状態はガウシアン型で我々の深層 Q 学習法は既存の制御法と同程度の性能を発揮した。しかし、解析解の知られていない 4 次関数型ポテンシャルの場合には粒子状態は非ガウシアン型であり、深層学習によるアプローチが既存の制御法の性能を上回った。これは、連続自由度で測定とフィードバックのかかった複雑で解くことができない物理系を AI を使って制御できる可能性を示している [8]。

周期関数の機械学習

近年の人工知能研究の大部分がニューラルネットワークに関するものであることから分かる様に、二

ニューラルネットワークは其の重要性を増しつつある。我々は、ニューラルネットワークの数学的な性質について研究を行った。ここ二年程度の間、訓練したニューラルネットワークを用いてデータをどのように内挿すれば良いかという問題の解明が進み、その数学的な原理は益々明白になっている。然し、外挿の数学的な性質については未だ理解が進んでいない。外挿はニューラルネットワークの汎化性能、即ち、学習に用いていない新しいデータに対しての予測性能と深く関係しており、その数学的な性質を理解することは極めて重要である。我々は理論的及び数値的な方法を用いて、ニューラルネットワークの外挿の数学的な性質を明らかにした [16]。

任意の初期状態に対する熱力学的不確定性関係

過去 20 年ほどの間に、有名なゆらぎの定理を始めとして、平衡から遠く離れた系における散逸や熱ゆらぎを理解するための一般的な枠組みとして確率的な熱力学が大きく発展してきた。最近、熱力学的不確定性関係 (TUR) として知られる新たな厳密な関係式が発見された。この関係式は、複数の熱浴と接した非平衡系について、積算カレントの分散と平均値の 2 乗との比で定義されるカレントゆらぎの小ささと、エントロピー生成の総量との間に原理的なトレードオフ関係が存在することを表している。しかし、現在知られている TUR は特定の初期状態あるいは無限の時間間隔を要求しており、また連続時間 Markov 過程に対してしか成立せず、その適用範囲が非常に限られている。本研究 [11] では、我々は連続時間・離散時間両方の Markov 過程における任意の初期状態に対して成立する数種類の有限時間 TUR を導いた。連続時間ダイナミクスに対しては、時間積分したカレントの分散が終時刻のカレントによって下から押さえられることを我々は証明した。これは「境界 (終状態でのカレントの値) がバルク (カレントの時間積分値) によって制限されている」ということを示している。我々は次にこの結果をフィードバック制御過程に適用し、最近の実験で報告された測定とフィードバック制御下での修正 TUR の破綻を説明することに成功した。離散時間過程に対しては、一般の初期状態について成立する、エントロピー生成の総量について線形な TUR を我々は導出した。これは既存の離散時間 TUR を指数的に改善する結果となっている [11]。

<受賞>

- [1] 川畑幸平: 第 15 回日本物理学会若手奨励賞 (領域 4)、日本物理学会、2021.3.14.

<報文>

(原著論文)

- [2] Kazuya Fujimoto, Ryusuke Hamazaki, and Yuki Kawaguchi: Family-Vicsek Scaling of Roughness Growth in a Strongly Interacting Bose Gas, *Phys. Rev. Lett.* **124**, 210604 (2020).

- [3] Zongping Gong, Nobuyuki Yoshioka, Naoyuki Shibata, and Ryusuke Hamazaki: Universal Error Bound for Constrained Quantum Dynamics, *Phys. Rev. Lett.* **124**, 210606 (2020).
- [4] Zongping Gong, Nobuyuki Yoshioka, Naoyuki Shibata, and Ryusuke Hamazaki: Error bounds for constrained dynamics in gapped quantum systems: Rigorous results and generalizations, *Phys. Rev. A* **101**, 052122 (2020).
- [5] Kohei Kawabata, Nobuyuki Okuma, and Masatoshi Sato: Non-Bloch band theory of non-Hermitian Hamiltonians in the symplectic class, *Phys. Rev. B* **101**, 195147 (2020).
- [6] Ryusuke Hamazaki, Kohei Kawabata, Naoto Kura, and Masahito Ueda: Universality classes of non-Hermitian random matrices, *Phys. Rev. Research* **2**, 023286 (2020).
- [7] Xiao Chai, Di Lao, Kazuya Fujimoto, Ryusuke Hamazaki, Masahito Ueda, and Chandra Raman: Magnetic Solitons in a Spin-1 Bose-Einstein Condensate, *Phys. Rev. Lett.* **125**, 030402 (2020) [selected as Editors' Suggestion]. See also Synopsis: *Physics* **13**, s90 by Christopher Crockett.
- [8] Zhikang T. Wang, Yuto Ashida, and Masahito Ueda: Deep Reinforcement Learning Control of Quantum Cartpoles, *Phys. Rev. Lett.* **125**, 100401 (2020).
- [9] Kohei Kawabata and Masatoshi Sato: Real spectra in non-Hermitian topological insulators, *Phys. Rev. Research* **2**, 033391 (2020).
- [10] R. Cosmic, K. Kawabata, Y. Ashida, H. Ikegami, S. Furukawa, P. Patil, J. M. Taylor, and Y. Nakamura: Probing XY phase transitions in a Josephson junction array with tunable frustration, *Phys. Rev. B* **102**, 094509 (2020).
- [11] Kangqiao Liu, Zongping Gong, and Masahito Ueda: Thermodynamic Uncertainty Relation for Arbitrary Initial States, *Phys. Rev. Lett.* **125**, 140602 (2020).
- [12] Masahito Ueda: Quantum Equilibration, Thermalization and Prethermalization in Ultracold Atoms, *Nat. Rev. Phys.* **2**, 669 (2020).
- [13] Kohei Kawabata, Masatoshi Sato, and Ken Shiozaki: Higher-order non-Hermitian skin effect, *Phys. Rev. B* **102**, 205118 (2020) [selected as Editors' Suggestion].
- [14] Taiki Haga and Masahito Ueda: Effective temperature of a superfluid flowing in a random potential, *Phys. Rev. Research* **2**, 043316 (2020).
- [15] Norifumi Matsumoto, Kohei Kawabata, Yuto Ashida, Shunsuke Furukawa, and Masahito Ueda: Continuous Phase Transition without Gap Closing in Non-Hermitian Quantum Many-Body Systems, *Phys. Rev. Lett.* **125**, 260601 (2020).

- [16] Liu Ziyin, Tilman Hartwig and Masahito Ueda: Neural Networks Fail to Learn Periodic Functions and How to Fix It, *Advances in Neural Information Processing Systems* 33 (NeurIPS 2020).
- [17] Masaya Nakagawa, Norio Kawakami, and Masahito Ueda: Exact Liouvillian Spectrum of a One-Dimensional Dissipative Hubbard Model, *Phys. Rev. Lett.* **126**, 110404 (2021).
- [18] Shoki Sugimoto, Ryusuke Hamazaki, and Masahito Ueda: Test of the Eigenstate Thermalization Hypothesis Based on Local Random Matrix Theory, *Phys. Rev. Lett.* **126**, 120602 (2021).
- [19] Kohei Kawabata and Shinsei Ryu: Nonunitary Scaling Theory of Non-Hermitian Localization, To be published in *Phys. Rev. Lett* (arXiv:2005.00604).
- [20] Takumi Yoshino, Shunsuke Furukawa, and Masahito Ueda: Intercomponent entanglement entropy and spectrum in binary Bose-Einstein condensates, To be published in *Phys. Rev. A* (arXiv:2009.02949).
- (国内雑誌)
- [21] 中川大也: 冷却原子で探る開放量子多体系の物理、数理科学 No.684, 44 (2020).
- (学位論文)
- [22] Zongping Gong: Order and Topology in Nonequilibrium Quantum Dynamics (博士論文) .
- [23] Takumi Yoshino: Theoretical Study of Binary Bose-Einstein Condensates under Synthetic Gauge Fields (博士論文) .
- [24] Kangqiao Liu: Thermodynamic Uncertainty Relations in Markovian Processes (修士論文) .
- [25] Ziyin Liu: Mean-field learning dynamics of deep neural networks (修士論文) .
- [26] Shoki Sugimoto: Typicality of Thermalization in Isolated Quantum Systems (修士論文) .
- <学術講演>
- (国際会議)
- 招待講演
- [27] Kohei Kawabata: Nonunitary Scaling Theory of Non-Hermitian Localization, *Localisation 2020*, online, 2020.8.27.
- [28] Kohei Kawabata: Topological Field Theory of Non-Hermitian Systems, *Theoretical studies of topological phases of matter*, Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto University, Kyoto, Japan, 2020.12.18.
- [29] Masahito Ueda: Beyond-Hermitian Quantum Physics, *Many Body Physics in Open Quantum Systems*, online conference organized by Princeton Center for Theoretical Science, Princeton, USA, 2021.1.22.
- [30] Masahito Ueda: Beyond-Hermitian Quantum Physics, *Conference on Time Crystals*, online conference organized by International Center for Theoretical Physics, Trieste, Italy, 2021.3.9.
- [31] Masahito Ueda: Beyond-Hermitian Quantum Physics, *APS March Meeting*, online, 2021.3.15.
- (国内会議)
- 招待講演
- [32] 中川大也: 冷却原子気体における平衡および非平衡系の近藤効果の理論 (若手奨励賞受賞記念講演)、日本物理学会 2020 年秋季大会、オンライン、2020.9.9.
- [33] 上田正仁: 強化学習による量子制御 (シンポジウム講演)、日本物理学会第 76 回年次大会、オンライン、2021.3.12.
- [34] 中川大也: 冷却原子系における非エルミート近藤効果 (シンポジウム講演)、日本物理学会第 76 回年次大会、オンライン、2021.3.13.
- [35] 川畑幸平: 非エルミート物理における対称性とトポロジー (若手奨励賞受賞記念講演)、日本物理学会第 76 回年次大会、オンライン、2021.3.14.
- [36] 中川大也: 冷却原子気体で探る開放量子多体系の物理、統計物理学懇談会、オンライン、2021.3.30.
- [37] Zongping Gong: 非平衡量子系における秩序、トポロジー及び厳密な結果、統計物理学懇談会、オンライン、2021.3.30.
- 一般講演
- [38] 杉本昇大、濱崎立資、上田正仁: 局所ランダム行列理論に基づく固有状態熱化仮説の検証、日本物理学会 2020 年秋季大会、オンライン、2020.9.8.
- [39] 中川大也、川上則雄、上田正仁: 1 次元散逸 Hubbard 模型の厳密解、日本物理学会 2020 年秋季大会、オンライン、2020.9.9.
- [40] 中川大也、辻直人、川上則雄、上田正仁: 光を自然放出する Fermi 原子系における散逸誘起 η ペアリング超流動、日本物理学会 2020 年秋季大会、オンライン、2020.9.9.
- [41] 川畑幸平、笠真生: 非エルミート系の局在スケール理論、日本物理学会 2020 年秋季大会、オンライン、2020.9.10.
- [42] 川畑幸平、佐藤昌利、塩崎謙: 高次非エルミート表皮効果、日本物理学会 2020 年秋季大会、オンライン、2020.9.11.
- [43] 川畑幸平、塩崎謙、笠真生: 非エルミートトポロジカル場の理論、日本物理学会第 76 回年次大会、オンライン、2021.3.12.
- [44] 吉野匠、古川俊輔、上田正仁: 人工ゲージ場中の二成分 Bose-Einstein 凝縮体における渦格子の集団励起と結合定数の繰り込み、日本物理学会第 76 回年次大会、オンライン、2021.3.12.
- [45] 中川大也、芳賀大樹、濱崎立資、上田正仁: 開放量子系のリュウビリアン固有モードにおける束縛・非束縛転移: 多体系の解析と Bethe 仮説による厳密解、日本物理学会第 76 回年次大会、オンライン、2021.3.14.

- [46] 芳賀大樹、中川大也、濱崎立資、上田正仁: 開放量子系のリュウビリアン固有モードにおける束縛・非束縛転移に由来するコヒーレント・インコヒーレント転移、日本物理学会第 76 回年次大会、オンライン、2021.3.14.
- [47] 松本徳文、中川大也、上田正仁: Yang-Lee 量子臨界現象の開放量子系への埋め込み、日本物理学会第 76 回年次大会、オンライン、2021.3.14.
- [48] 劉康橋、Zongping Gong、上田正仁: 任意の初期状態に対する熱力学的不確定性関係、日本物理学会第 76 回年次大会、オンライン、2021.3.14.

(セミナー)

- [49] 川畑幸平: Symmetry and Topology in Non-Hermitian Physics、藤本・水島研究室セミナー、大阪大学 (オンラインセミナー)、2020.5.26.
- [50] 芳賀大樹: Liouvillian skin effect: slowing down of relaxation processes without gap closing、京都大学基礎物理学研究所 (オンラインセミナー)、2020.5.29.
- [51] 中川大也: Exact Bethe ansatz solution of a one-dimensional dissipative Hubbard model、京都大学基礎物理学研究所 (オンラインセミナー)、2020.8.7.
- [52] 中川大也: Dissipative quantum many-body physics in ultracold atoms、矢上統計物理学セミナー、慶応義塾大学 (オンラインセミナー)、2020.11.2.
- [53] 中川大也: 周期駆動量子系における非平衡物質相: Floquet エンジニアリング・トポロジカル相・時間結晶、非平衡オンライン若手の会、2020.11.10.
- [54] Kohei Kawabata: Non-Hermitian topology, Correlated Electrons Virtual International Seminars, 2020.12.02.

1 Ueda Group

Research Subjects: Bose-Einstein condensation, fermionic superfluidity, topological phenomena, open quantum systems, information thermodynamics, quantum information, measurement theory, machine learning

Member: Masahito Ueda and Masaya Nakagawa

With recent advances in nanoscience, it has become possible to precisely measure and control atoms, molecules, and photons at the level of a single quantum. We are interested in theoretically studying emergent quantum many-body problems in such highly controllable systems and developing nanoscale thermodynamics and statistical physics that lay the foundations of such problems. Our particular focuses in recent years include many-body physics of ultracold atomic gases and unification of quantum and statistical physics and information theory. Atomic gases which are cooled down to nearly zero temperature by laser cooling techniques offer unique opportunities for studying macroscopic quantum phenomena such as a Bose-Einstein condensation (BEC) in controlled manners. Unprecedented controllability of such gases also enables us to simulate phenomena analogous to condensed matter and astronomical physics, to investigate their universal properties, and to explore unknown quantum many-body physics. In our recent works, we have studied nonunitary dynamics of atomic gases subject to dissipation and/or measurement backaction, classification of phases of matter in nonequilibrium open systems, quantum Hall effect and vortex lattices in synthetic gauge fields, and thermalization of isolated quantum systems. We are also interested in relating fundamental concepts of quantum and statistical physics with information theory and exploring interdisciplinary fields that unify physics and information. In particular, we have recently worked on generalizations of the second law of thermodynamics and fluctuation theorems and the formulations of state reduction dynamics and Hamiltonian estimation in light of information flow under measurements and feedback controls. Furthermore, we have recently tackled an understanding of AI and machine learning from a viewpoint of physics. We list our main research subjects in FY2020 below.

- Quantum many-body phenomena in ultracold atoms, nonequilibrium open systems
 - Exact solution of a one-dimensional dissipative Hubbard model [1]
 - Effective temperature of a superfluid flowing in a random potential [2]
 - Universal error bound for constrained quantum dynamics [3, 4]
 - Non-Hermitian topological phases [5, 6, 7]
 - Continuous phase transition without gap closing in non-Hermitian quantum many-body systems [8]
 - Test of the eigenstate thermalization hypothesis based on local random matrix theory [9]
- Unification of quantum physics, statistical mechanics, information theory, and machine learning
 - Deep reinforcement learning control of quantum cartpoles [10]
 - Machine learning of periodic functions [11]
 - Thermodynamic uncertainty relation for arbitrary initial states [12]

[1] M. Nakagawa, N. Kawakami, and M. Ueda, *Phys. Rev. Lett.* **126**, 110404 (2021).

[2] T. Haga and M. Ueda, *Phys. Rev. Research* **2**, 043316 (2020).

[3] Z. Gong, N. Yoshioka, N. Shibata, and R. Hamazaki, *Phys. Rev. Lett.* **124**, 210606 (2020).

[4] Z. Gong, N. Yoshioka, N. Shibata, and R. Hamazaki, *Phys. Rev. A* **101**, 052122 (2020).

[5] K. Kawabata, N. Okuma, and M. Sato, *Phys. Rev. B* **101**, 195147 (2020).

[6] K. Kawabata and M. Sato, *Phys. Rev. Research* **2**, 033391 (2020).

[7] K. Kawabata, M. Sato, and K. Shiozaki, *Phys. Rev. B* **102**, 205118 (2020) [selected as Editors' Suggestion].

[8] N. Matsumoto, K. Kawabata, Y. Ashida, S. Furukawa, and M. Ueda, *Phys. Rev. Lett.* **125**, 260601 (2020).

[9] S. Sugimoto, R. Hamazaki, and M. Ueda, *Phys. Rev. Lett.* **126**, 120602 (2021).

[10] Z. T. Wang, Y. Ashida, and M. Ueda, *Phys. Rev. Lett.* **125**, 100401 (2020).

[11] Liu Ziyin, T. Hartwig and M. Ueda, *Advances in Neural Information Processing Systems* 33 (NeurIPS 2020).

[12] K. Liu, Z. Gong, and M. Ueda, *Phys. Rev. Lett.* **125**, 140602 (2020).