

最近の研究から

微小接合におけるトンネル電流の量子化

上田正仁 〈NTT 基礎研究所 180 東京都武蔵野市緑町 3-9-11〉

1. はじめに

トンネル現象はごく最近までマイクロなレベルでの人工制御が不可能であると考えられてきた。この理由はトンネリングが電子の波動性に起因してランダムにしか起こらないと考えられてきたからである。ところが、静電容量が 10^{-15}F 以下の微小なトンネル接合を 1K 以下の低温で動作させると、今度は電荷の量子化という電子の粒子性がトンネル現象を支配するようになり、ついにはトンネリングが一電子のレベルで規則的に起こるようになる。これをクーロンブロックイドによる電流の量子化という。本記事ではクーロンブロックイドが従来のトンネル現象をどのように変更するかを著者らの最近の研究を中心に紹介する。なお、この分野のレビュー記事・特集号については文献 1-4 を参照されたい。

2. クーロンブロックイドによる電流の量子化

電子が自分自身のエネルギーよりも高いポテンシャル障壁を量子力学的に通過するトンネル現象は、電極の両側からしみ出した波動関数の重なりによる (図 1(a))。ところが、トンネルする電子は e という単位で量子化された電荷を運ぶために、トンネリングの前後で電極に蓄えられた静電エネルギーに有限の変化

$$\Delta E = \frac{(Q-e)^2}{2C} - \frac{Q^2}{2C} = \frac{e}{C} \left(\frac{e}{2} - Q \right)$$

が生じる (図 1(b))。ここで C はトンネル接合の静電容量、 Q はトンネリングの直前に接合面に蓄えられた電荷 (以後表面電荷とよぶ) である。通常のマクロな接合 (断面積 $\sim 0.01\text{mm}^2$, $C \sim 10^{-8}\text{F}$) では ΔE は温度に換算してサブ μK という非常に小さな量であり、背景熱雑音に比べて完全に無視できる。しかし、マイクロな接合 (断面積 $\sim 0.01\mu\text{m}^2$, $C \sim 10^{-15}\text{F}$) では ΔE は 1K 程度になる。従って、接合系の温度をこれより十分に低くすれば電子はトンネリングに必要なエネルギー ΔE を熱浴から得られなくなり、 $Q < e/2$ である限りトンネリングは禁止される。これをクーロンブロックイドという。

このような微小なトンネル接合に外から一定の電流 I を注入すればどんなことが起こるだろうか？ このときの表

面電荷の時間発展を図 1(c) に示す。 Q が $e/2$ に達するまではトンネリングはクーロンブロックイドにより禁止される。しかし、 Q が $e/2$ を越えると $\Delta E < 0$ となるためにほとんどトンネリングが起こり、総電荷が e のトンネル電流パルスが流れる。ところが、ひとたびトンネリングが起こると、 Q が再び $e/2$ を越えるまではトンネリングは禁止される。⁵⁾ こうして、ほぼ一定の時間間隔 $\tau = e/I$ ごとにトンネリングが規則的に起こり、電極電荷または電圧がのこぎり状に振動することが予想される。これを Single-Electron-Tunneling (SET) 振動 と呼ぶ。

以下ではクーロンブロックイドによって引き起こされる微小トンネル接合の物理を、電極がノーマル状態の場合と超伝導状態の場合について説明する。

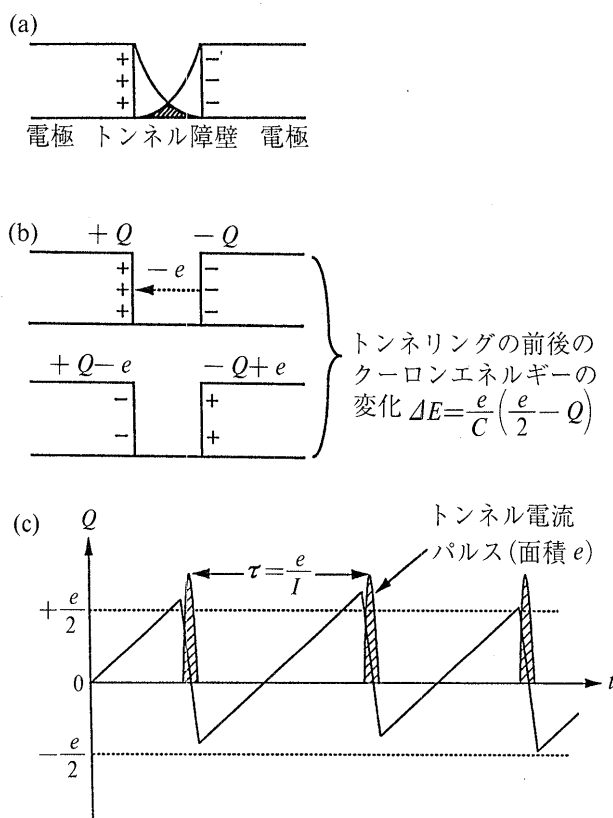


図1 クーロンブロックイドによる電流の量子化。(a) 波動関数の重なり(波動性)、(b) 電荷の量子化、(c) Single-Electron-Tunneling (SET) 振動。

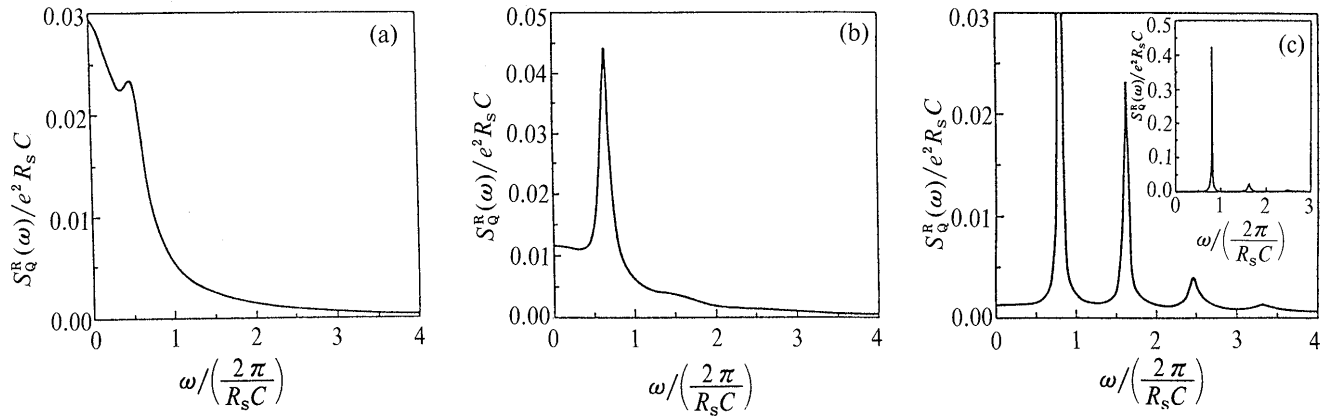


図2 微小ノーマル接合に蓄えられた電荷のパワースペクトラム。(A. Furusaki and M. Ueda: Phys. Rev. B 45 (1992) 3435 より転載.)

3. 微小ノーマル接合—SET 振動—

議論を簡単にするためにノーマル接合(静電容量 C , トンネル抵抗 R_T)が定電圧源 V 及び電源抵抗 R_S に直列に接続されている系を考えよう。時刻 $t=0$ のときに接合に蓄えられた電荷が Q_0 のとき, 時刻 t に蓄えられた電荷が Q である確率密度を $P(Q_0, Q, t)$ と書くと, $P(Q_0, Q, t)$ は絶対零度で次のようなマスター方程式に従う。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} P(Q_0, Q, t) = & -i(Q) \frac{\partial}{\partial Q} P(Q_0, Q, t) \\ & + \frac{1}{CR_S} P(Q_0, Q, t) - r(Q) P(Q_0, Q, t) \\ & + r(Q+e) P(Q_0, Q+e, t). \end{aligned} \quad (1)$$

この方程式の物理的意味は次のとおりである。右辺の第一項は外部回路から接合に注入される電流 $i(Q) = (CV - Q)/CR_S$ の効果, 第二項は電荷の CR_S 緩和, 第四項はトンネリングが起こることによって電荷が離散的に e だけ減少する効果, 第三項はトンネリングが起こらない場合の確率密度の変化を表わしている。 $r(Q)$ は接合の表面電荷が Q のときのトンネルレートで,

$$r(Q) = \frac{Q - e/2}{eR_T C} \Theta(Q - e/2) \quad (2)$$

で与えられる。^{6,7)} Θ はステップ関数で, クーロンブロッケイドのために $Q < e/2$ でトンネリングが禁止されることを表わしている。

(1) 式にはトンネリングに伴って表面電荷 Q が離散的に変化する部分(右辺第4項)とそれ以外の連続的に変化する部分とが共存していて, このことがマスター方程式の解を求めることを困難にしてきた。このため微小接合の研究はこれまで(1)を特別な場合について近似的に解くか,²⁾ (2)を使ってシミュレーションを行う^{2,6)}ことになってきた。古崎と著者は最近, バイアス電流が小さい領域で漸近的に厳密になるマスター方程式の解を見出した。⁸⁾ この解は電流電圧特性などを与える定常解⁷⁾を含むだけでなく, 接合にかかる電圧(または電荷)のパワースペクトラムを任意のバイアス条件下で与える。

図2(a)–(c)はこの解を使って計算された表面電荷のパワースペクトラムである。三つの図はそれぞれ電源抵抗 R_S とトンネル抵抗 R_T の比 R_S/R_T が 3, 10, 100 の場合に対応している ($CV = \text{一定} = e$)。図(a)はほぼショットノイズの形をしており, トンネリングがランダムに起こっていることを示している。この物理意味は次のように理解できる。すなわち, CR_T は表面電荷が $e/2$ を越えてから最初にトンネリングが起こるまでのおよその時間ゆらぎを与える。他方, CR_S はトンネリングによる表面電荷の減少分を外部回路が補うのにかかる時間スケールを与える。⁹⁾ 比 $R_S/R_T = 3$ はトンネリングの時間間隔の平均値とそのゆらぎが同程度であることを意味しており, 従ってトンネリングはほとんどランダムに起こる。図(c)ではSET振動の基本周期及びその倍周期のピークがはっきりと見え, SET振動が非常に規則的に起こっていることを示している。これは, トンネリングの時間間隔のゆらぎがその平均値に比べてずっと小さい ($R_S/R_T = 100$) からである。

一般に, バイアス条件が電圧バイアス (R_S/R_T 小) から電流バイアス (R_S/R_T 大) に近づくにつれてSET振動はより規則的になる。しかし, トンネリングそれ自身は依然として電子の波動性に起因してランダムに起こるために, SET振動は理想的な定電流バイアス I_{dc} の条件下でも完全には規則的にはならず, トンネル事象の時間間隔の平均値とゆらぎの比は次のような0でない最小値をもつ。^{7,9)}

$$\frac{\sqrt{(\Delta\tau)^2}}{\bar{\tau}} = \sqrt{(4-\pi) \frac{R_T C I_{dc}}{e}}$$

このとき, SET振動のパワースペクトラムは規則的な成分とランダムな成分とに分離し, 前者は $\omega = 2\pi n I_{dc}/e$ ($n = 1, 2, \dots$) の所に線幅0のデルタ関数的なピークを示し, 後者はショットノイズ的な広い裾野をもつ。^{8,10)}

4. 微小ジョセフソン接合—ブロッホ振動—

次に電極が超伝導状態にある微小ジョセフソン接合におけるトンネル電流の量子化を考えよう。微小ジョセフソン接合を記述するハミルトニアンは静電エネルギーを表わす

図3 微小ジョセフソン接合の分散曲線とエネルギーバンド。

項の他にジョセフソンの結合エネルギーを表わす項を含む。

$$\hat{H}_0 = \frac{\hat{Q}^2}{2C} + E_J(1 - \cos \hat{\phi}). \quad (3)$$

表面電荷に対応する演算子 \hat{Q} と二つの超伝導電極の位相差 $\hat{\phi}$ の間には交換関係

$$[\hat{\phi}, \hat{Q}] = 2ei \quad (4)$$

が仮定される。¹¹⁾ 今、議論を簡単にするために (3) を $\hat{\phi}$ の期待値のまわりに微小振動展開すると、(3) 式は調和振動子のハミルトニアンとなり、そのエネルギー固有値は交換関係 (4) のために離散的になる。

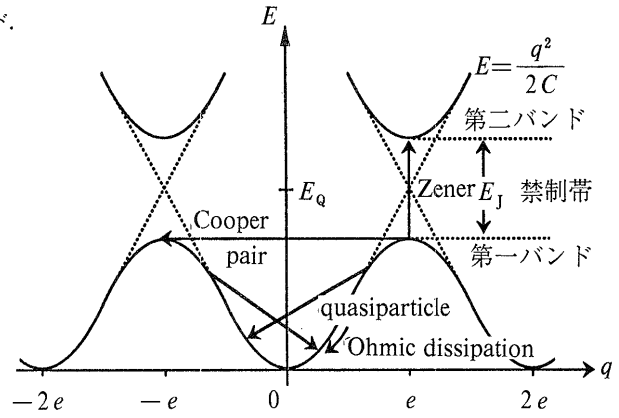
$$E_n = \hbar\omega_p \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad \hbar\omega_p = \sqrt{8E_J E_C}. \quad (5)$$

ここで $E_C \equiv (2e)^2/2C$ はクーパー対一つ当たりの静電エネルギーである。

マクロなジョセフソン接合では $E_J \gg E_C$ が成立し、ポテンシャルの深さ E_J に比べて零点エネルギー $(1/2)\hbar\omega_p$ は無視できる。従って、系はほとんど常にポテンシャルの底に局在し、位相差は準古典的な変数とみなすことができる。逆に、 $E_C \gg E_J$ が成立するようなマイクロな接合では、零点エネルギーがポテンシャルの深さに比べてずっと大きくなるので、系はポテンシャルの底に局在することができない。これは、運動量 $\hat{Q}^2/2C$ をもった系が弱い周期的ポテンシャル $E_J(1 - \cos \hat{\phi})$ の影響でエネルギーバンド（ブロッホ状態）を作り、位置に相当する $\hat{\phi}$ がバンド内で任意の値をとることができることを意味している。この場合、位相差に共役な擬電荷⁹⁾ が準古典的な変数となる。

微小ジョセフソン接合の分散曲線とエネルギーバンドを図3に示す。分散曲線はノーマル接合の場合と同様に放物線となるが、周期的ポテンシャルの影響でバンド端に相当する $q = \pm e$ の所でエネルギーギャップ E_J が開いている。金属中の伝導電子の場合にエネルギーギャップが開くのは、ブリルアン・ゾーンの端でのブラッグ反射のために波動関数が混ざり合うためであった。微小ジョセフソン接合の場合は $q = e$ の所でクーパー対のトンネリングが起こり、 $q = e$ の状態と $q = -e$ の状態が強く混ざり合うためである。従って、接合を定電流 I で駆動してやると、接合に発生する電圧は周波数 $f = I/2e$ で規則的に振動することが予想される。この振動は周期ポテンシャル中を一定の電場で加速される電子の運動との類似¹²⁾ からブロッホ振動と呼ばれる。¹³⁾

以上は理想化されたモデルでの議論であったが、現実にはクーパー対トンネリングの他に準粒子トンネリングやシャント抵抗の影響、更にバンド端でより高いエネルギーバンドへ遷移してしまうジナー・トンネリングの可能性も



無視できず、微小ジョセフソン接合は非常に複雑なダイナミクスを示す。古崎と著者はこのような系に対しても低電流の領域で漸近的に厳密となるマスター方程式の解を見出した。¹⁴⁾

図4はこの解を用いて計算された電流電圧 (I - V) 特性を示している。曲線 (a) はシャント抵抗のない定電流駆動の場合に対応している。 $\bar{I}/(e/R_T C) < 0.05$ の領域では I - V 特性はノーマル接合での SET 振動の場合と同様な放物線状をしている。これは、バイアス電流があまりに小さいと、表面電荷がバンド端 e に達するまでに準粒子トンネリングが起こってしまうからである。バイアス電流を大きくしていくと、電荷がバンド端に達する確率が次第に高くなり、クーパー対トンネリングによるブロッホ振動が支配的になる。クーパー対トンネリングは電圧を発生しないので、接合面に発生する電圧 \bar{V} は $\bar{I}/(e/R_T C) \approx 0.075$ 付近を境に減少に転じる（この境はしばしば“Bloch nose”と呼ばれる）。更に電流を増すと今度はバンド間遷移（ジナー・トンネリング）が頻繁に起こるようになり、 I - V 特性は再びノーマル接合の場合に近づく。曲線 (b)-(d) はシャント抵抗を増していった場合の I - V 特性を表わしている。このとき、 I - V 特性は $\bar{I}/(e/R_T C) \approx 0$ の付近で新たに傾きが負

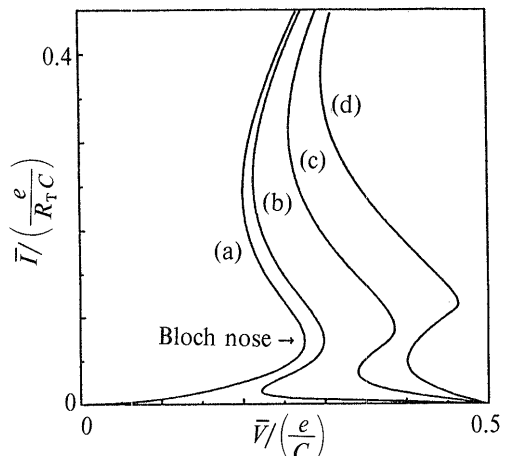


図4 微小ジョセフソン接合の電流電圧特性。(A. Furusaki and M. Ueda: Phys. Rev. B 45 (1992) 10576 より転載。)

の部分に有する。これは、表面電荷が準粒子トンネリングが可能領域 ($|q| > e/2$) に達する前にシャント抵抗を通じて放電されてしまうためである。

このように、微小なジョセフソン接合はマクロな場合と全く違った特性を示す。特に、臨界電流以下でも有限な電圧を示すという点が著しく異っている。他方、ノーマル接合の場合に比べて複雑な様相を示すのは、巨視的量子現象が示す散逸機構の多様さにその本質があると言える。

5. おわりに

トンネル接合は一般に位相と電荷という二つの非可換な量子変数のゆらぎの間の取り引き関係という観点から理解することができる。マクロなジョセフソン接合では位相が古典的な変数であるが、接合が小さくなると位相の量子ゆらぎに起因する巨視的量子トンネリング (macroscopic quantum tunneling (MQT) of phase)¹⁵⁾ が重要になる。本記事では逆の極限、すなわち、電荷を(準)古典的な変数とみなしうるような極微小なトンネル接合の物理を議論したが、電荷の量子ゆらぎに起因する電荷の巨視的量子トンネリング (MQT of electric charge) の観測結果の報告もなされている。¹⁶⁾

単一接合を用いた実験^{17, 18)}では浮遊容量を完全に除去することが困難なため、単一接合系での実験を説明するためにはトンネル接合をとりまく電磁場環境を取り込んだ理論を作る必要がある。^{1~4)} また、ノーマル接合の場合と異なり、半導体や超伝導接合ではトンネル時間は電磁場環境の時間スケールに比べて無視できず、これがクーロンブロッケイドをどのように修正するかという研究が現在進行中である。¹⁹⁾

微小接合の研究は、新しいデバイス原理や電流・電荷標準への応用が真剣に検討されている^{3, 4)}一方で、トンネル

時間などこれまでは純粋に理論家の研究対象であった問題が実験的検証の対象になりつつある。²⁰⁾ 今後に残された理論的、実験的課題は多い。

文 献

- 1) D. V. Averin and K. K. Likharev: *Mesoscopic Phenomena in Solids*, ed. B. L. Altshuler, P. A. Lee and R. A. Webb (Elsevier, Amsterdam, 1991) Chap. 6.
- 2) G. Schön and A. D. Zaikin: *Phys. Rep.* **198** (1990) 237.
- 3) H. Grabert, ed.: *Single Charge Tunneling*, *Z. Phys. B* **85** (1991) No. 3.
- 4) H. Grabert and M. H. Devoret, ed.: *Proc. NATO ASI Single Charge Tunneling* (Plenum, New York, 1992).
- 5) 分数電荷 $e/2$ の物理的意味や擬電荷 q と真電荷 Q の違いについては次の解説記事を参照。上田正仁: *パリティ* **5** (1990) 22.
- 6) E. Ben-Jacob, Y. Gefen, K. Mullen and Z. Schuss: *Phys. Rev. B* **37** (1988) 7400.
- 7) M. Ueda: *Phys. Rev. B* **42** (1990) 3087.
- 8) A. Furusaki and M. Ueda: *Phys. Rev. B* **45** (1992) 3435.
- 9) これらの時間スケールのより精密な議論については次の文献を参照。M. Ueda and N. Hatakenaka: *Phys. Rev. B* **43** (1991) 4975.
- 10) D. V. Averin and K. K. Likharev: *J. Low Temp. Phys.* **62** (1986) 345.
- 11) P. W. Anderson: *Lectures on the Many-Body Problem, Vol. 2*, ed. E. R. Caianiello (Academic, New York, 1964) p. 113.
- 12) J. Ziman: *Principles of the Theory of Solids* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1972).
- 13) K. K. Likharev and A. B. Zorin: *J. Low Temp. Phys.* **59** (1985) 347.
- 14) A. Furusaki and M. Ueda: *Phys. Rev. B* **45** (1992) 10576.
- 15) M. H. Devoret, J. M. Martinis, D. Esteve and J. Clarke: in *Chance and Matter, Les Houches, Session 46*, ed. J. Souletie, J. Vannimenus and R. Stora (Elsevier, Amsterdam, 1987).
- 16) L. J. Geerligs, D. V. Averin and J. E. Mooij: *Phys. Rev. Lett.* **65** (1990) 3037.
- 17) J. M. Martinis and R. L. Kautz: *Phys. Rev. Lett.* **63** (1989) 1507.
- 18) A. N. Cleland, J. M. Schmidt and J. Clarke: *Phys. Rev. Lett.* **64** (1990) 1565.
- 19) Yu. V. Nazarov: *Phys. Rev. B* **43** (1991) 6220.
- 20) E. Turlot, D. Esteve, C. Urbina, J. M. Martinis and M. H. Devoret: *Phys. Rev. Lett.* **62** (1989) 1788.