

引力相互作用するボース・アインシュタイン凝縮体の動的振る舞い

齋藤 弘樹

〈東京工業大学大学院理工学研究科理学研究流動機構 152-8551 東京都目黒区大岡山 2-12-1 e-mail: hsaito@stat.phys.titech.ac.jp〉

上田 正仁

〈東京工業大学大学院理工学研究科物性物理学専攻 152-8551 東京都目黒区大岡山 2-12-1 e-mail: ueda@ap.titech.ac.jp〉

最近、原子気体のボース・アインシュタイン凝縮体 (BEC) において、フェッシュバハ共鳴を用いて原子間相互作用を斥力にも引力にも自在に制御することが可能になった。このため、特に引力系 BEC において、これまでできなかった実験が実現可能になってきている。ここでは、新たに脚光を浴びている引力系 BEC が示す多彩なダイナミクスについて議論する。

1. 原子間相互作用の制御

原子気体のボース・アインシュタイン凝縮が1995年に実現して以来、実験及び理論の両面から精力的に研究が進められてきた。¹⁻³⁾ 現在30以上のグループがボース・アインシュタイン凝縮体 (BEC) の生成に成功し、様々な興味深い実験が次々と行われている。

原子気体の BEC は希薄であるが、原子間相互作用 (主に s 波散乱が寄与する) は BEC の性質に大きな影響を与える。原子間相互作用の大きさや符号は、それぞれの原子種が持っている固有の値から変化させることができる。^{9, 10)} これは BEC に磁場をかけて、散乱状態と束縛状態を共鳴 (フェッシュバハ共鳴と呼ばれる) させることによって実現する。例えば ^{85}Rb の場合、二つの原子 $|2, -2\rangle + |2, -2\rangle$ が衝突すると中間状態として束縛状態 $|3, -3\rangle + |2, -1\rangle$ を形成する (ここで $|F, m\rangle$ は超微細状態を表し、 F は超微細スピン、 m はその量子化軸への射影を表す)。散乱状態と束縛状態では磁気モーメントが異なり、相対的なゼーマンエネルギーは磁場の強さに依存して変化するので、共鳴・非共鳴を磁場の強さで制御することができる。共鳴近傍において、相互作用を特徴づける s 波散乱長 a は磁場 B の関数として

$$a(B) = a_0 \left(1 - \frac{\Delta}{B - B_F} \right) \quad (1)$$

と書ける。ここで、 a_0 は非共鳴時の散乱長、 Δ は共鳴の幅、 B_F は共鳴磁場を表す。したがって、磁場の強さを変えるだけで相互作用を自在に制御することができる。¹⁰⁾

フェッシュバハ共鳴を利用すると、どのような新しい実験が可能となるであろうか。まず、斥力相互作用の非常に強い領域では、相互作用の強さを特徴づけるガスパラメータ na^3 (n は原子数密度) を液体ヘリウムと同程度に大きくすることができる (“強相関原子気体”).¹¹⁾ また、斥力から引力に変化させることによって、これまでできなかった実験が可能になる。相互作用が引力の場合には3次元系では相互作用の強さが臨界値を超えると BEC は崩壊してしまうので、原子数の大きい引力 BEC は以前は作ることができなかった。ところが斥力で BEC を準備しておいて

引力に変化させれば、この制限がなくなる。これを利用して、臨界原子数をはるかに超える BEC を崩壊させる実験が行われ、様々な興味深い現象が観測された¹²⁾ (次節参照)。また、最近のブライトソリトン^{*1} を生成^{13, 14)} する実験でも、斥力から引力に変える手法が用いられている。

原子気体の BEC は希薄であるため、フェッシュバハ共鳴で相互作用を非常に強くしない限り、平均場近似やボゴリウボフ近似が良く成り立つ。この場合の平均場近似とは、全ての粒子が同じ一粒子状態 ϕ に凝縮していると仮定する近似である。 ϕ が従う方程式はグロス・ピタエフスキー (GP) 方程式と呼ばれ、次のように与えられる。

$$i\hbar \frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} \phi + V_{\text{trap}} \phi + \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} |\phi|^2 \phi. \quad (2)$$

ここで V_{trap} は BEC を閉じ込めているトラップポテンシャルを表し、通常は軸対称調和振動子型 $V_{\text{trap}} = m\omega_z^2 z^2/2 + m\omega_{\perp}^2 (x^2 + y^2)/2$ となっている。(2) の右辺第三項が相互作用を表す項である。最近、相互作用が引力の場合でも平均場近似が実験精度の範囲内で成り立つことが示された。^{*2} そこで、本稿では平均場近似を土台にして、相互作用を斥力と引力の間で変化させる系の動的振る舞いを考察する。次節では、最近の実験で観測された現象が平均場近似で再現できることを示し、第3~5節では新しい現象を予言し実験的提案を行う。

2. 崩壊とバースト、ジェットが発生

フェッシュバハ共鳴を利用して相互作用を斥力から引力へ一気に変化させて、臨界原子数よりもはるかに大きい BEC を崩壊させる実験が JILA で行われ、いくつかの興味深い現象が観測された。¹²⁾

最も際立った現象は崩壊に伴って一部の原子が比較的高

^{*1} 外場なしで BEC が寄り集まっている (準) 安定状態をブライトソリトンと呼ぶ。これに対し原子密度が周囲より低い孤立波をダークソリトンと呼ぶ。

^{*2} 文献 15 の実験で崩壊に対する相互作用の臨界値が平均場近似から得られる理論値と有意にずれていることが報じられた。しかし最近の精密な測定¹⁶⁾ で両者の値は良く一致することがわかり、引力においても平均場近似の妥当性が示された。

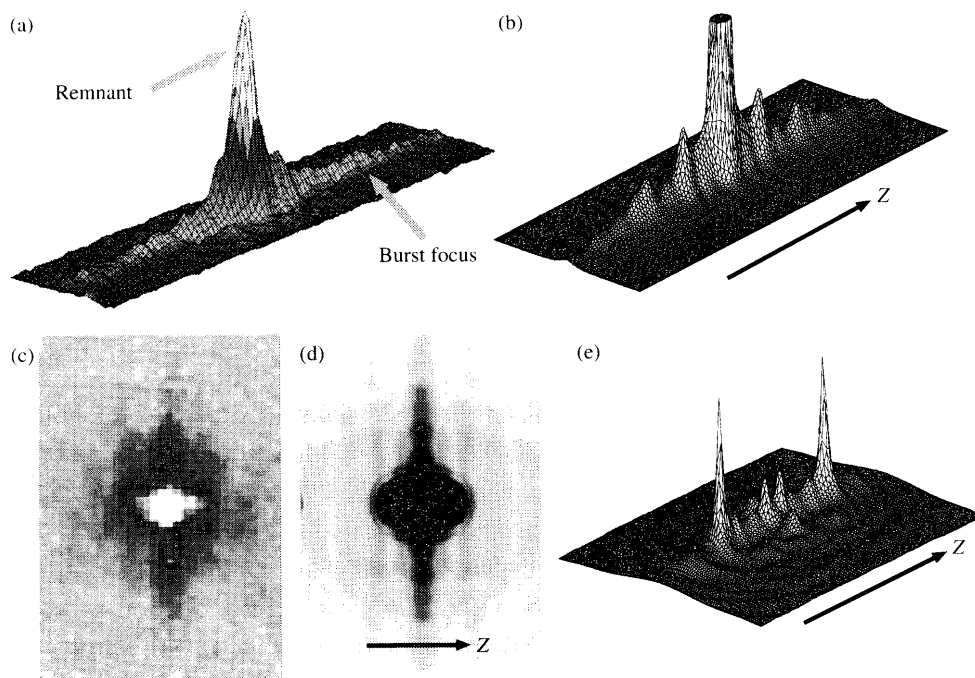


図1 (a) BEC崩壊に伴う原子バーストの発生の実験結果.¹²⁾ (b) 数値計算によって再現された原子バースト.¹⁹⁾ (c) 斥力にスイッチして崩壊を途中で中断したときに見られるジェット.¹²⁾ 葉巻型トラップの軸は紙面の水平方向. (d) 数値計算によるジェットの再現.¹⁹⁾ (e) 崩壊中断直前の原子密度分布.¹⁹⁾ ((a) 及び (c) は E. A. Donley 氏らのご厚意による.)

いエネルギーで BEC の周囲に放出されるという現象で、「バースト」と呼ばれている。これを星の重力崩壊に伴う超新星 (supernova) の爆発になぞらえて“Bosenova”と呼ぶ研究者もいる。図1(a)は崩壊後の原子密度分布で、中心のピークが残存した BEC を表し、周囲の裾野がバーストを表している。バーストが細長くなっているのは、葉巻型のトラップ ($\omega_1 \gg \omega_2$) を用いているため葉巻の軸方向に沿ってバースト原子が集束しているためである。

我々はこの実験を平均場近似を用いて数値的に解析し、バーストをはじめとする様々な現象を再現することに成功した。^{5, 17-19)} 崩壊の際には原子密度が高くなり三体衝突による損失が大きくなるため、GP 方程式 (2) の右辺にこれを現象論的に記述する損失項 ($\propto -i|\phi|^4\phi$) を加えて計算を行った。

図1(b)は数値計算の結果で、実験図(a)を良く再現していることがわかる。原子密度が高くなると局所的な崩壊が急激に起こるが、三体衝突による損失のためピーク密度の増大は有限で抑えられ、局所的な崩壊は短時間で終了する。このとき、局所的に集中した原子の零点圧力が損失により弱められた引力をわずかに上回り、その差分が解放されてバーストが発生すると我々は考えている。急激な局所的崩壊が始まるまで数ミリ秒かかり、その後局所的崩壊が BEC の中心付近で何度も繰り返し起こり、BEC は徐々に減衰していく。¹⁹⁾ これは観測された BEC の原子数の時間的減衰の振舞¹²⁾と良く一致している。

もう一つの興味深い現象は「ジェット」と呼ばれる非等方的な原子の密度パターンで、これは BEC が崩壊によって減衰していく途中で引力から斥力にスイッチして崩壊を中断し BEC を拡散させたときに見られる。図1(c)は葉巻型トラップの軸 (写真水平方向) に垂直な方向からジェットを観測したものであり、軸上の中心とその近傍の点から軸に垂直に原子が放射状に飛び出しているように見える。図1(d)は我々の数値計算結果で、測定器の感度を考慮に入れば、実験結果1(c)を良く再現していることがわかる。図1(e)は斥力にスイッチする直前の原子密度分布を表しており、軸上の原子密度の

高い二点から原子が等方的に拡散して図1(d)における干渉縞を形成している。この事実から我々は、ジェットは非等方的な非弾性散乱ではなく、引力時に形成された高密度な二点を物質波源とする干渉縞であると考えている。

3. 崩壊に伴うパターン形成

前節で述べた実験¹²⁾では、s 波散乱長の変化は $a=0$ から $a=-$ 数 nm 程度だが、この変化をさらに大きくするとどうなるだろうか。

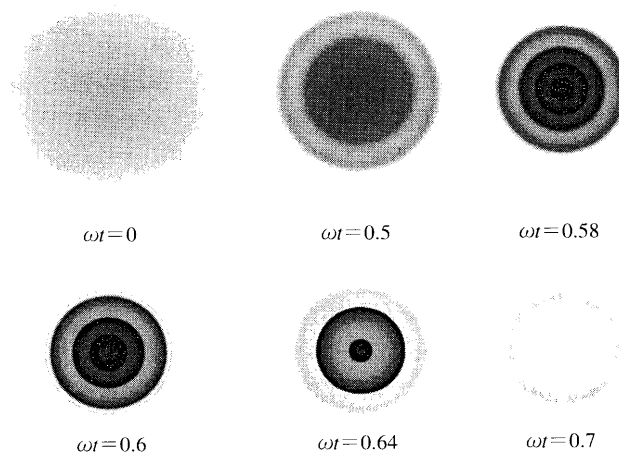


図2 相互作用を斥力から引力へと ($a=20 \text{ nm} \rightarrow -20 \text{ nm}$) 変化させた後の密度分布の時間発展.¹⁹⁾

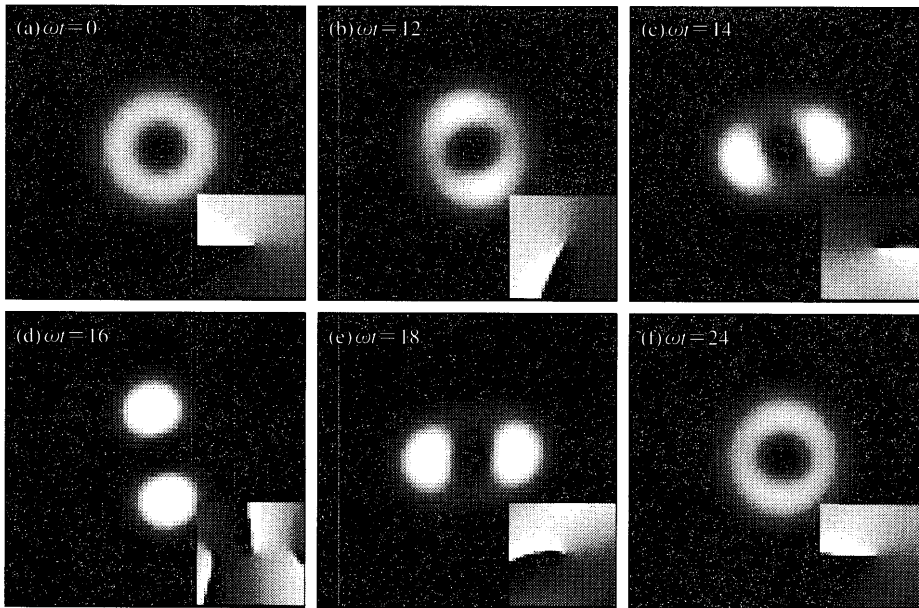


図3 量子渦の時間発展。²³⁾ 引力相互作用は四重極不安定性が現れる値を選んだ。初期状態には対称性を破る微小な摂動を加えてある。内挿図は波動関数の位相を表し、黒から白への変化が0から 2π への変化に対応し、ブランチカットの端点が位相欠陥を表している。

図2は球対称トラップ($\omega_{\perp}=\omega_z\equiv\omega$)においてs波散乱長を $a=20\text{ nm}$ から $a=-20\text{ nm}$ へと変化させた後の時間発展である。BECが収縮するにつれてパターンが形成され、密度分布に殻構造が形成されていることがわかる。^{5, 17, 19)}それぞれの殻はさらに収縮して内側から崩壊している。

パターン形成は、収縮の初期に生じた物質波の干渉効果による密度の変化が引力相互作用によって増幅されることによって起こる。BECをその場観察する精度が向上すれば、このようなパターンが実際に観測されると期待される。

4. 量子渦の動的不安定性

量子渦の生成はこれまで斥力系でのみ実現されている。²⁰⁻²²⁾ その一つの理由として、渦状態は引力系では熱力学的に不安定であることが挙げられる。そこで我々は、斥力系で渦をあらかじめ作っておいてフェッシュバハ共鳴を用いて相互作用を引力に変化させるとどうなるかという問題を考えた。²³⁾

量子渦が熱力学的な不安定性によって渦のない基底状態へと減衰する時間スケールは、系の散逸が非常に小さいため比較的長いことが知られている(数秒程

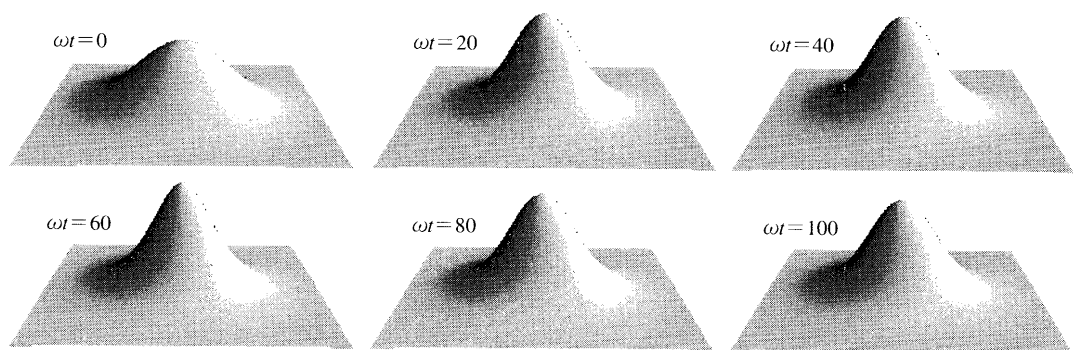


図4 相互作用を振動させたときのBECの密度分布の時間発展。 $\omega t=0$ から $\omega t=20$ にかけてトラップポテンシャル $m\omega^2 r^2/2$ を徐々に消失させ、相互作用を徐々に増加させている。二次元系でプライトソリトンが安定に形成されていることがわかる。

度)。一方、小さな揺らぎが時間が経つにつれて指数関数的に増大するような「動的不安定性」はそれよりもはるかに速く起こりうるため、量子渦の減衰や崩壊により大きな役割を果たす(この点が原子気体BECが液体ヘリウムと異なる点である)。

そこで我々は図3(a)のように単一の渦がBECの中心にある場合について動的な安定性を調べた。²³⁾ その結果、引力相互作用の大きさがある臨界値より大きくなると、ボゴリウボフスペクトルの一部に虚数部分が現れ、系が動的に不安定になることがわかった。最も不安定なモードはBECを四重極変形させるようなモードである。

これを確かめるためにGP方程式(2)を解いて時間発展を調べたものが図3である。系はまず四重極変形し、やがて二つの互いに回転する断片に分裂する(図3(d))。そして、再び融合して元の形に戻ってゆき、その後分裂と融合を繰り返す。引力相互作用がより強い場合には分裂した一方のBECが他方のBECの原子を吸収して(双極不安定性)崩壊したり、円形を保ったまま中心へ収縮しながら(単極不安定性)分裂して崩壊する。

このように、引力系の量子渦は相互作用の強さが臨界値を超えると渦芯の周りの軸対称性を自発的に破るような動的不安定性を持つ。原子は引力で互いに集まる傾向を持つが渦芯の位相欠陥には入り込めないためその周りで寄り集まる、というのがこの現象の直観的な説明である。

5. 二次元ブライツソリトンの動的安定化

これまでにはトラップポテンシャルに閉じ込められた系を考えたが、トラップがなくても BEC が拡散せずに安定に存在できるだろうか(ブライツソリトン). よく知られているように、ソリトンは一次元系では安定だが、二次元以上では不安定である。これは次のように理解できる。運動エネルギーは次元によらず BEC の特徴的な大きさ R のマイナス 2 乗に比例し、他方、引力相互作用エネルギーは密度に比例するため d 次元で $-R^{-d}$ に比例する。したがって、全エネルギーは $R^{-2} - cR^{-d}$ に比例する (c は相互作用の強さに比例する係数)。 $d=1$ の場合には全エネルギーを最小にする R が存在する。これは BEC が拡散しようとする力と引力相互作用が釣り合って、ソリトンが安定化されることを意味する。実際、最近の実験で擬一次元系 (x, y 方向に強く閉じ込めた系) におけるソリトンが生成された。^{13, 14)} 一方、 $d \geq 2$ ではエネルギーを極小にする R は存在せず、ソリトンは安定でないことがわかる。

我々は、相互作用を $g(t) = g_0 + g_1 \sin \Omega t$ のように振動させることによって、二次元以上でソリトンを安定化することを試みた。²⁴⁾ ここで、 Ω が BEC の特徴的な振動数よりも十分大きい場合、 R に対して R^{-2d-2} に比例する断熱的な有効ポテンシャルが生じることが示される。²⁵⁾ 二次元で引力がある程度強い場合、全エネルギーは $-R^{-2}$ に比例するため、 R^{-6} の有効ポテンシャルが崩壊を防ぐ役割を果たし、ソリトンを安定化できることがわかる。^{*3}

実際、GP 方程式 (2) を数値的に解いて二次元におけるソリトンの安定化を確かめたものが図 4 である。ここではより安定化させるために、 $\omega t = 0$ から $\omega t = 20$ にかけてトラップポテンシャル $m\omega^2 r^2/2$ を徐々に消失させ、相互作用を徐々に増加させている。トラップが完全に消えた後 ($\omega t > 20$) も、波動関数の形はほぼ一定で、ソリトンが確かに安定化していることがわかる。

以上の計算は二次元で行ったが、三次元でのソリトンの安定化にはまだ成功していない。ソリトンの次元性を上げることによって、物質波干渉計や量子情報処理への応用が開けるかもしれない。

6. おわりに

本稿では引力相互作用する BEC に関する最近の我々の研究を紹介した。平均場近似の範囲内であっても、引力相互作用から生じる物質波の非線形な不安定性のため、非常に多彩で興味深い現象が起こることがおわかり頂けたと思う。

*3 これは支点を素早く振動させることによって「倒立振り子」が安定化される機構に類似している。

また最近我々は、一次元周期系におけるソリトンの生成に関して平均場近似を超えた解析も行っている。²⁶⁾ その結果、系が量子相転移を起こす(一様系からソリトンが始められる)臨界点近傍では量子揺らぎの効果が顕著になることがわかった。このような引力系での量子多体効果もこれからの研究課題である。

最近のフェッシュバハ共鳴を用いた原子間相互作用を制御する実験技術の進歩により、本稿で述べたような引力系の実験だけでなく、これまで不可能だった様々な実験が今後実現されるであろうと期待される。

参考文献

- 1) F. Dalfovo, *et al.*: *Rev. Mod. Phys.* **71** (1999) 463.
- 2) A. J. Leggett: *Rev. Mod. Phys.* **73** (2001) 307.
- 3) 上田正仁: 日本物理学会誌 **53** (1998) 663.
- 4) 久我隆弘: 日本物理学会誌 **55** (2000) 663.
- 5) 斎藤弘樹, 上田正仁: *固体物理* **36** (2001) 311.
- 6) C. J. Pethick and H. Smith: *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases* (Cambridge Univ. Press, 2002).
- 7) 久我隆弘: 「レーザー冷却とボーズ凝縮」(岩波書店, 2002).
- 8) パリティ編集委員会編: 「レーザー冷却がひらく原子波の世界」(丸善, 2003).
- 9) S. Inouye, *et al.*: *Nature* **392** (1998) 151.
- 10) S. L. Cornish, *et al.*: *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) 1795.
- 11) N. R. Claussen, *et al.*: *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 010401.
- 12) E. A. Donley, *et al.*: *Nature* **412** (2001) 295.
- 13) L. Khaykovich, *et al.*: *Science* **296** (2002) 1290.
- 14) K. E. Strecker, *et al.*: *Nature* **417** (2002) 150.
- 15) J. L. Roberts, *et al.*: *Phys. Rev. Lett.* **86** (2001) 4211.
- 16) N. R. Claussen, *et al.*: *Phys. Rev. A* **67** (2003) 060701 (R).
- 17) H. Saito and M. Ueda: *Phys. Rev. Lett.* **86** (2001) 1406.
- 18) H. Saito and M. Ueda: *Phys. Rev. A* **63** (2001) 043601.
- 19) H. Saito and M. Ueda: *Phys. Rev. A* **65** (2002) 033624.
- 20) M. R. Matthews, *et al.*: *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 2498.
- 21) K. W. Madison, *et al.*: *Phys. Rev. Lett.* **84** (2000) 806.
- 22) J. R. Abo-Shaeer, *et al.*: *Science* **292** (2001) 476.
- 23) H. Saito and M. Ueda: *Phys. Rev. Lett.* **89** (2002) 190402.
- 24) H. Saito and M. Ueda: *Phys. Rev. Lett.* **90** (2003) 040403.
- 25) L. D. Landau and E. M. Lifshitz: *Mechanics* (Pergamon, 1960).
- 26) R. Kanamoto, *et al.*: *Phys. Rev. A* **67** (2003) 013608.

(2003 年 4 月 25 日原稿受付)

Dynamical Behaviors in Bose-Einstein Condensates with Attractive Interactions

Hiroki Saito and Masahito Ueda

abstract: Recent developments of the technique of Feshbach resonance have enabled us to control the interatomic interactions in gaseous Bose-Einstein condensates (BECs), opening up new experimental possibilities. We analyze the phenomena observed in the "Bosenova" experiments, and predict a variety of novel dynamics of the BECs with attractive interactions.