

冷却原子気体の最近の話題

上田 正仁

1980年代に始まった量子物理学におけるパラダイムシフトは、光と固体素子の最先端技術の融合を通して、量子情報関連分野を生み出した。それと同時に並行的に進展した、原子をレーザー冷却して捕獲・制御する技術の進展は、気体のボース・アインシュタイン凝縮生成の成功によってマクロ量子多体系を自在に制御することを可能にし、いくつもの画期的な成果を生み出した。さらに

最近では、量子多体系を1原子のレベルで観測・制御する実験技術が開発され、また、少数多体系を精密に制御する研究も進展している。本記事では、冷却原子気体の最近の話題と、それに関連した研究の一端を紹介する。

Keywords: ultracold atomic gases, laser cooling, Bose-Einstein condensates, quantum manybody systems

1. まえがき：量子物理学のパラダイムシフト

1980年代以降、量子物理学の分野はパラダイムシフトと呼ぶべき転換期を迎えた。量子状態のエンタングルメント、非局所相関、観測による波束の収縮、という直感に反する量子論の奇妙な性質を、実験事実として受け入れるだけでなく、量子計算・暗号など古典的には実現不可能な夢を実現してくれるデバイス原理として積極的に活用しようとする時代への転換である。

このような意識構造の変化の背景として、固体デバイスの極限的微小化、光通信における標準量子限界の壁の打破、および、情報関連技術の発展を挙げることができる。これらと軌を一にして基礎科学の分野でもナノサイエンス、情報科学、量子光学などが相互に影響を与えつつ発展した。ショーアのアルゴリズムを契機とした量子情報分野の発展は、このようなパラダイムシフトの流れを決定づけたといえよう¹⁾。

このような流れに沿って、電子、光子、原子、イオンを1個のレベルで観測・制御する単一量子操作の研究が進められてきた。その代表例は、量子ドットや超伝導キュービットを用いた単一電子(対)や磁束量子操作、微小共振器やフォトニック結晶などを用いた単一光子操作である。また、最近では、光の輻射圧を利用して力学系を冷却し、重力波などの微小な信号を検出したり、情報処理へ応用するオプトメカニクスの研究が盛んになっている^{2,3)}。これは、光と固体素子技術が量子レベルで融合した分野といえよう。

1980年代以降大きく発展したもう1つの分野が冷却原子気体である。これは光と原子の量子性を巧みに使って原子集団をミケルビン(mK)以下に冷却することで、原子や分子の内部自由度だけでなく、並進運動の自由度も制御する技術である。レーザー冷却の技術⁴⁾は、単一量子の操作を可能にしただけでなく、ボース・アインシュタイン凝縮(Bose-Einstein Condensate: BEC)が実現されたことで、単一量子の対極であるマクロ量子系を制御してテララメードな人工量子物質を作る可能性が開かれた。

初期の冷却原子気体の研究については、日本語による記事^{5,6)}でレビューされている。また、フェルミ気体の超流動については、解説記事^{7,8)}を参照されたい。冷却原子気体全般の教科書としては、文献9, 10を挙げる。本稿ではそれ以降の進展を中心に概観する。

2. 冷却原子気体の特長

冷却原子気体の特長は、相互作用の符号と強さを含む系を特徴づけるほとんど全てのパラメータを自在に制御できることである。相互作用の性質は、短距離で等方的なs波相互作用が主であるが、フェッシュバッハ共鳴の位置を選ぶことにより、p波相互作用をさせることもでき、また、長距離で異方的なd波相互作用をする原子種も存在する¹¹⁾。さらに、光による操作と検出が容易なことも特長の1つである。これによりマクロな量子現象を視覚的に捉えることができ、そのことが想

原子種	s	l	j=s+l	i	f= j±i
¹ H	1/2	0	1/2	1/2	0, 1
⁴ He*	1	0	1	0	1
⁷ Li	1/2	0	1/2	3/2	1, 2
²³ Na	1/2	0	1/2	3/2	1, 2
³⁹ K	1/2	0	1/2	3/2	1, 2
⁴¹ K	1/2	0	1/2	3/2	1, 2
⁴⁰ Ca	0	0	0	0	0
⁵² Cr	3	0	3	0	3
⁸⁴ Sr	0	0	0	0	0
⁸⁶ Sr	0	0	0	0	0
⁸⁵ Rb	1/2	0	1/2	5/2	2, 3
⁸⁷ Rb	1/2	0	1/2	3/2	1, 2
¹³³ Cs	1/2	0	1/2	7/2	3, 4
¹⁶⁴ Dy	2	6	8	0	8
¹⁶⁸ Er	1	5	6	0	6
¹⁷⁰ Yb	0	0	0	0	0
¹⁷⁴ Yb	0	0	0	0	0
¹⁷⁶ Yb	0	0	0	0	0
⁶ Li	1/2	0	0	1	1/2, 3/2
⁴⁰ K	1/2	0	0	4	7/2, 9/2

表1 上段はボース・アインシュタイン凝縮が実現されたボース原子, 下段(⁶Li, ⁴⁰K)は超流動状態が実現されたフェルミ原子である。第2コラム以降はそれぞれ電子スピンs, 基底状態における軌道角運動量l, 両者の和j=s+l, 核スピニi, および全角運動量f=|j±i|の値が表示されている。

像力を刺激し, 研究を推進する一因となっている。

表1は, これまでにBECが実現されたボソンの原子種(上段)と超流動が実現されたフェルミオンの原子種(下段)を示している。第2コラム以降は基底状態における電子スピンs, 軌道角運動量l, 核スピニi, および, それらの合成角運動量を示している。アルカリ原子は一般に超微細スピニfが2種類存在するが, ⁴⁰K以外は, fがより小さい状態が基底状態である。He*のアスタリスク(*)は励起状態のBECであることを示している¹²⁾。Heは, BECが実現されるスピニ3重項状態³S₁とスピニ1重項基底状態の間が禁制遷移になっているために, 励起状態の寿命が極端に長く(~13分), 基底状態より約20eVもエネルギーの高いところにBECが作られるのである。スピニをもたない原子種(⁴⁰Ca¹³⁾, ^{84,86}Sr¹⁴⁾, ^{170,174,176}Yb¹⁵⁾)は外部磁場の影響を受けないので, 周波数標準の候補となっている。また, ⁵²Cr¹⁶⁾, ¹⁶⁴Dy¹⁷⁾, ¹⁶⁸Er¹⁸⁾は, それぞれ6μ_B, 10μ_B, 7μ_B(μ_Bはボーア磁子)という非常に大きな磁気モーメントをもち, 異方的かつ長距離相互作用をする磁氣的原子気体として注目されている。

BECというと, エネルギーの一番低い真の基底状態に粒子が凝縮するというイメージがあるかもしれないが, 原子気体のBECは全てが準安定状態である。実際, ⁴He以外の原子種の常圧での基底状態は固体である。そのようなことが可能なのは, 気体が固化するための第一歩である3体衝突が起こる確率が, 原子が希薄なために非常に小さいからである。とはいえ, 系が基底状態へと緩和しようとする3体衝突は常に起

こっており, このためBECの寿命は数秒から数十秒程度である。しかし, BECの実験は通常はこれよりもずっと短時間で終わられるため, 3体衝突の影響は無視でき, 原子気体は2体の弾性散乱で相互作用するモデルでよく記述される。

3. エフィモフ状態

3.1 エフィモフ状態とは何か

冷却原子気体は, 近年, 少数多体系の研究においても目覚ましい成果を上げている。その代表例がエフィモフ状態の研究である。1970年代の初めにエフィモフは2粒子間の散乱が共鳴的な場合には, 3粒子間に距離の2乗に反比例する普遍的な引力ポテンシャルが生じることを指摘した¹⁹⁾。このとき, 3粒子の波動関数のうち球対称解ψ(R)(R≡√(r₁₂²+r₂₃²+r₃₁²)/3, r_{ij}は粒子iとjの距離)が従うシュレーディンガー方程式は,

$$\left[-\frac{\hbar^2}{m} \nabla_{\mathbf{R}}^2 - \frac{C}{R^2} \right] \psi(\mathbf{R}) = E \psi(\mathbf{R}) \quad (1)$$

と書ける。ここで, Cは定数である。これを解くためには, 境界条件, 例えばψ(0)の値が必要である。この値に関係した量が3体パラメータと呼ばれる。これは, 2粒子散乱の境界条件であるBethe-Peierls条件から決められる散乱長の3粒子版といえる。

3体パラメータを与えて式(1)を解くと, 3粒子の束縛エネルギーのスペクトルE_nは次のような等比数列に従うことがわかる¹⁹⁾。

$$\frac{E_{n+1}}{E_n} = e^{-2\pi/s_0} \approx (22.7)^{-2} \quad (2)$$

ここで, s₀=1.00624...はユニバーサルな定数である。図1は, エフィモフスペクトルを示している。

エフィモフ効果は, もともとは原子核において考えられた効

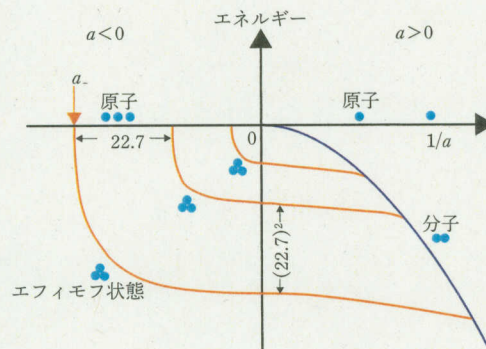


図1 エフィモフ状態のエネルギースペクトルを, 散乱長aの逆数の関数として模式的に示したもの。1/a=0におけるエフィモフ状態の束縛エネルギーは等比数列(2)に従い, また, aが22.7倍変化することによって新たなエフィモフ状態が現れる。このようなエフィモフ状態の曲線は, 原点に近づくに従って無限に現れるが, 図では最初の3本のみを表示している。右側の「分子」と表記された青い曲線は, 2原子分子の束縛エネルギーである。エネルギーが正の領域は単独の原子のみが存在する。縦軸, 横軸のスケールは, 図が見えやすいように任意のスケールで描いていて実際の値には対応していない。

果であるが、冷却原子の実験で初めて実証された。冷却原子においては、エフィモフ状態ができると3個の原子が近くに集まるため、それが3体ロスとして観測される。3体ロスによる原子数密度 n の時間変化は、

$$\frac{dn}{dt} = -L_3 n^3 \quad (3)$$

と記述される。ここで、 L_3 は3体ロス係数で、 cm^6/s の次元をもち、散乱長 a と次の関係で結ばれている²⁰⁾。

$$L_3 = 3C(a) \frac{\hbar}{m} a^4 \quad (4)$$

右辺の係数 $C(a)$ は無次元量であり、エフィモフ状態が存在すると、散乱長の関数として次のように周期的に変化する²¹⁾。

$$C(a) = \frac{4590 \sinh(2\eta_-)}{\sin^2[s_0 \ln(|a|/a_-)] + \sinh^2 \eta_-} \quad (5)$$

ここで a_- と η_- は、3体パラメータに関連した定数であり、 a_- はエフィモフ状態が現れる点における散乱長を表している(図1)。また、 η_- はエフィモフ状態の寿命に関連したパラメータである。このように3体ロスが周期的なのは、エフィモフスペクトル(2)が等比数列的に分布することによる。エフィモフ共鳴による3体ロスのピークはインスブルックのグループにより、 ^{133}Cs 原子を用いて最初に観測された²²⁾。エフィモフ状態はその後、 ^6Li , ^7Li , ^{39}K , ^{85}Rb などさまざまな原子や $^{41}\text{K}^{87}\text{Rb}$ などの分子においても観測されている²³⁾。

3.2 3体パラメータの普遍性

最近の冷却原子の話題で最もホットなトピックスの1つに、3体パラメータの普遍性がある。散乱長が原子種によってランダムな値をとると同様に、3体パラメータも原子種やそのスピン状態などに依存したランダムな値をとると最近まで考えられてきた。その理由は、3体パラメータは3粒子が同じ場所に来たときの波動関数の値を与える境界条件なので、短距離相互作用の詳細に依存すると考えられるからである。また、同じ原子種であっても、異なったフェッシュバハ共鳴点^{†1}ではスピン状態が異なるために、3体パラメータも全く違った値をとると予想されてきた。ところが、3体パラメータが原子種や原子の内部状態に依存しない普遍的な値をとることが、最近の実験によって明らかになってきた²⁴⁾。3体パラメータは基底状態のエフィモフ状態が生じる場所における散乱長 a の値(図1参照)によって特徴づけられるが、実験結果はこれをファンデルワールス長^{†2} r_{vdW} で規格化した比がほぼ一定の値、

$$\frac{a_-}{r_{\text{vdW}}} \simeq -9 \quad (6)$$

になることを示している(図2)。

^{†1} 極低温に冷却された2原子が衝突し、それらの全エネルギーがスピン状態の異なる2原子の束縛準位と一致すると散乱長が共鳴的に変化する。これをフェッシュバハ共鳴という。自由な2原子と束縛分子とは磁気モーメントが異なるために、適当な外部磁場を選ぶことによって両者のエネルギーを一致させフェッシュバハ共鳴を起こすことができる。

^{†2} ファンデルワールス長は、2原子の有効質量 μ_{2b} 、ファンデルワールス

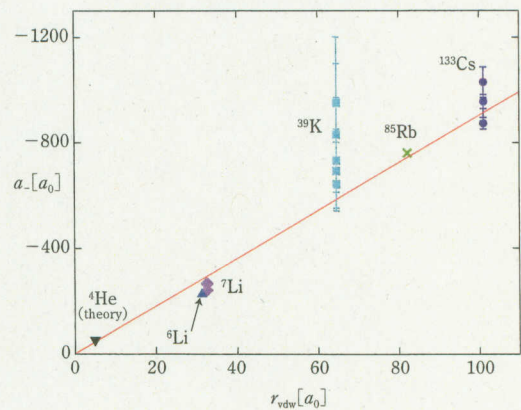


図2 エフィモフ状態を決める3体パラメータの普遍性。異なった原子種や同じ原子の異なったフェッシュバハ共鳴点における測定結果をプロットしている。 ^4He のデータは理論計算である²⁵⁾。縦軸は3体パラメータ、横軸はファンデルワールス長を、ボーア半径 a_0 を単位として表示している。データにはばらつきはあるが、両者の比がほぼ一定であることがわかる。遠藤晋平氏提供。

Wangらは、2体ポテンシャルで相互作用をする3粒子のシュレーディンガー方程式を数値的に解くことによってこの問題を研究した。その結果、2体ポテンシャルの束縛状態の数が増加するにつれて、ファンデルワールス長の2倍程度の距離で3体の斥力バリアが生じ、それによって3体パラメータが短距離の物理に依存しないことを明らかにした²⁶⁾。そのような3体の斥力が生じる理由は、3原子がファンデルワールス長程度に近づくと、粒子の相対位置が不等辺三角形から正三角形へと変形して、運動エネルギーが増加することにあると考えられる²⁷⁾。

さらに、各エフィモフ状態の近くに1対の4体の束縛状態が存在し、それらが生じる点における散乱長が a_- と、

$$a_{T1} \simeq 0.43a_-, \quad a_{T2} \simeq 0.9a_- \quad (7)$$

という普遍的な関係式で結ばれていることが予言され²⁸⁾、実験的にも確認されている²⁹⁾。さらに、8体までの普遍的なクラスターが存在することが理論的に予言されており³⁰⁾、実験では5体の束縛状態までが確認されている³¹⁾。

さて、3体パラメータ a_- は、3粒子系の繰り込みの際に必要なパラメータであるが、興味深いことに4粒子系の繰り込みには新たなパラメータは必要ないことが理論的に指摘されている³²⁾。このことは、冷却原子系の多体物理が散乱長 a 、有効レンジ r_e ^{†3}、およびエフィモフ状態の寿命を決めるパラメータ η_- だけで決まることを示唆している。この問題は、粒子数を増加させていったときに、相互作用の詳細によらない普遍的なクラスターが形成される可能性を示唆しており興味深い。

係数 C_6 、およびプランク定数 \hbar を用いて $r_{\text{vdW}} = (2\mu_{2b}C_6/\hbar^2)^{1/4}$ と定義される。

^{†3} 有効レンジ r_e は s 波散乱波の位相シフト $\delta(k)$ を波数 k で展開したときの波数に依存する最低次の展開係数である。すなわち、 $k \cot \delta(k) = -1/a + r_e k^2/2 + O(k^4)$ 。

4. 人工ゲージ場

4.1 ドレスト状態とベリー接続

中性原子気体は電荷をもたないため、ローレンツ力を受けない。しかし、量子力学では粒子の運動に与える磁場の効果は、ベクトルポテンシャルの積分として波動関数の位相に現れるために、これと同等の位相シフトをレーザーと原子の相互作用によって作り出すことができる。これが人工ゲージ場と呼ばれているものである³³⁾。

一般に外場の中を運動する質量が M の原子のハミルトニアンは、次のように書ける。

$$H = \frac{\mathbf{P}^2}{2M} + H_I \quad (8)$$

ここで、 \mathbf{P} は原子の運動量ベクトル、 H_I は原子と電磁場との相互作用ハミルトニアンである。原子の N 個の内部状態が相互作用に参与する場合は、 H_I は N 行 N 列の行列となる。原子と電磁場との相互作用が強い場合は、 H_I がハミルトニアンの主要項となるため、これを対角化(あるいはブロック対角化)する表示が便利である。これをドレスト状態表示という。そのようなユニタリー変換を U とすると $H_I' = U^\dagger H_I U$ は(ブロック)対角化されるが、運動エネルギーの項が一般に非対角成分をもつ。すなわち、

$$H' = U^\dagger H U = \frac{1}{2M} (\mathbf{P} - \mathbf{A})^2 + H_I' \quad (9)$$

ここで、 $\mathbf{A} = -i\hbar U^\dagger \nabla U$ が人工ゲージ場である。

具体例として2準位原子とレーザー光との相互作用を考えよう。このとき、相互作用ハミルトニアンは、

$$H_I = \begin{pmatrix} \delta & \kappa^* \\ \kappa & -\delta \end{pmatrix} \quad (10)$$

と書ける。ここで、 $\delta = \hbar\omega_L - \hbar\omega_A$ はレーザー光と原子の離調、 κ は両者の結合定数である。 $\delta = \hbar\Omega \cos\theta/2$ 、 $\kappa = \hbar\Omega e^{i\phi} \sin\theta$ とおくと、 H_I を対角化するユニタリー行列はドレスト状態 $|D_1\rangle = (\cos(\theta/2), e^{i\phi} \sin(\theta/2))^T$ 、 $|D_2\rangle = (-e^{-i\phi} \sin(\theta/2), \cos(\theta/2))^T$ (T は転置)を用いて、 $U = (|D_1\rangle, |D_2\rangle)$ で与えられる。また、 \mathbf{A} は2行2列の行列となり、その行列要素は³⁴⁾、

$$A_{ij} = i\hbar \langle D_i | \nabla D_j \rangle \quad (11)$$

で与えられる。これはベリー接続と呼ばれる量であり、幾何学的な解釈が可能である。例えば、 $i=j=1$ の成分は、 $A_{11} = -(1/2)(1 - \cos\theta) \nabla\phi$ であり、これは θ と ϕ をそれぞれ単位球上の点の天頂角と方位角と見なしたときに、原子の運動に伴ってその点が描く立体角の微分量の半分にマイナス符号を付けたものとなっている。もし、レーザーと原子の相互作用が空間的に変化すれば、(11)式で定義されるベクトルポテンシャルも空間依存性を持ち、それに伴って磁場 $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ が生じる。このように、人工ゲージ場のベクトルポテンシャルはベリー接続、磁場はベリー曲率に対応している。

4.2 人工ゲージ場のさまざまな発生活

以上の議論からわかるように、人工ゲージ場は中性原子とレーザーが強く結合して形成されるドレスト状態が、原子の運動とともに断熱的に空間変化することによって生じる。2準位原子の場合は、励起状態からの自然放出によって断熱条件が破れないようにしなければならない。それが可能な原子種としてはアルカリ土類のカルシウム¹³⁾ やストロンチウム¹⁴⁾、希土類のイッテルビウム¹⁵⁾ がある。これらの原子種では、最外殻に2個の価電子をもつために長寿命の多重項遷移が存在し、例えば 3P_0 状態と 1S_0 状態の間の自然放出は、数秒以上の寿命をもつ。また、2電子系は基底状態と励起状態におけるシュタルクシフトが互いに打ち消し合う特別な周波数(魔法周波数)が存在するという利点もある³⁵⁾。

アルカリ原子の場合は自然放出が無視できない。そのような場合に人工ゲージ場を生成する方法は、暗状態(dark state)を用いる方法³⁶⁾と、レーザーと原子の共鳴周波数の離調に空間依存性をもたせる方法とがある³⁷⁾。暗状態は電子の基底状態 $|g_i\rangle$ ($i=1, 2, \dots, N$) が擬似縮退している場合に、それらの適当な重ね合わせの状態を作って、それがレーザー照射下でも励起状態に遷移しないように保護された状態である。具体的には図3のような3準位系を考えると、基底状態 $|g_1\rangle$ と $|g_2\rangle$ の重ね合わせの状態、

$$|D\rangle = \frac{1}{\sqrt{|\kappa_1|^2 + |\kappa_2|^2}} (\kappa_2 |g_1\rangle - \kappa_1 |g_2\rangle) \quad (12)$$

は離調がゼロ($\delta=0$)の場合に暗状態となる。このとき、原子が断熱運動をして内部状態が暗状態のままであるとき、原子の状態ベクトルを $|\Psi(r)\rangle \simeq \phi_D(r) |D\rangle$ と書くと、原子は断熱運動に伴ってベリー位相を獲得し、(9)式と同様の議論によってベクトルポテンシャル $\mathbf{A} = i\hbar \langle D | \nabla D \rangle$ が生じる。

これに対して、Linらは⁸⁷Rbの超微細スピン $F=1$ の副準位間にラマン遷移を起こして、 x 方向に人工ゲージ場 A_x を作ることを考えた。ここで、 A_x はラマン過程の離調に比例し、離調はゼーマンシフトによって与えられるので、原子が存在する位置での磁場の強さに比例する。そこで、 y 方向に線形な

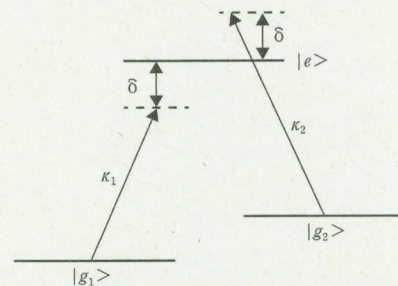


図3 人工ゲージ場を発生させる3準位系。2個の近似的に縮退した基底状態 $|g_1\rangle$ 、 $|g_2\rangle$ とダイポール遷移で結ばれている励起状態 $|e\rangle$ からなる3準位系を考える。ここで、 $\kappa_{1,2}$ と $\delta_{1,2}$ は2本のレーザーと原子との結合定数および離調である。特に、離調がゼロの場合は、(12)式で与えられる初期状態(これを暗状態という)に原子を用意すると、原子がレーザー光を吸収して励起状態に遷移する確率がゼロとなる。

磁場勾配をかけて $A_x = -By$ となるようにすると、発生する人工磁場は z 方向であり、その大きさは、

$$B_z = -\frac{\partial A_x}{\partial y} = B \quad (13)$$

と与えられる。Lin らはこの方法で系を回転させることなく量子渦を発生させることに成功した³⁷⁾。

Lin らは、さらに人工ゲージ場のテクニックを用いて、スピン-軌道相互作用を発生させることに成功した³⁸⁾。また、光格子と組み合わせることによって、単位格子当たり磁束量子 1 個に相当するような非常に強い人工磁場を発生させる方法も提案されている³⁹⁾。これらを用いることで、中性原子気体を用いて整数および分数量子ホール状態を実現しようという試みが始まっている。さらに、スピン状態に依存したローレンツ力を人工的に合成することによってスピンホール効果が観測された⁴⁰⁾。これにより、冷却原子を用いてトポロジカル絶縁体やスピントロニクスの研究への道が開かれた。

5. 非平衡量子ダイナミクス

冷却原子気体は、さまざまな初期状態に系を用意したり、ハミルトニアンに含まれる外部パラメータを容易に変化させることができる。また、原子密度が希薄なために、磁場などの外部パラメータを突然変化させて系を平衡状態からずらすと(これをクエンチという)、新たな平衡状態へと向かう緩和がゆっくりと進行する。このような緩和過程は非平衡ダイナミクスについてのさまざまな情報を提供してくれる。

さらに、冷却原子系は電磁ポテンシャルによって真空中に隔離されており、エネルギーや角運動量や粒子を交換する熱浴がない⁴⁴⁾。このため、このような孤立した量子多体系がそもそも熱平衡化するのか、また、するとすればどのようにするのかという疑問が生じる。特に、系の状態を急に变化させたときに引き起こされる量子多体系のダイナミクスを研究することができる。

5.1 クエンチ実験

系を急冷したり磁場を急に变化させて相転移を引き起こすと、相転移は系全体にわたって一様に進行することができず、因果的に結びついていない離れた場所で独立に進行すると考えられる。このような状況は、はじめ、キブルが初期宇宙に対して考え⁴¹⁾、ズーレックがこれを超流動などの凝縮体で実験する提案を行ったので⁴²⁾、キブル・ズーレック機構 (Kibble-Zurek mechanism) と呼ばれている。この機構により、自発的に対称性が破れる相転移点近傍における臨界スケーリング則が導かれた。また、相転移が急速に進行するいわゆるクエンチ実験において、さまざまなトポロジカル欠陥が生じることが予言され、液晶^{43,44)} などを用いて実験的に検証されている。

冷却原子気体においても温度クエンチによって BEC に量子渦が自発的に発生することが観測されている^{45,46)}。スピノール BEC⁴⁵⁾ においては^{47,48)}、スピン 1 の ⁸⁷Rb BEC においてスピン渦の生成が観測され^{49~51)}、理論的にも活発に研究されている^{52~59)}。

キブル・ズーレック機構は絶対零度におけるクエンチに伴う量子相転移にも適用可能である^{60~62)}。このとき、量子揺らぎが増幅され、自発的に対称性が破れることが期待される。そのような実験が ⁸⁷Rb のスピン 1 の BEC を用いて研究された⁴⁹⁾。この系は 2 次ゼーマン効果の符号が正なので、強い磁場をかけることで BEC を磁気副準位 $m_F = 0$ に用意することができる。その後、磁場を急に弱くするとスピン交換相互作用 $m_F = 0 + m_F = 0 \leftrightarrow m_F = 1 + m_F = -1$ を誘起することができる。その結果、系には横磁化が場所ごとにランダムな方向に発生し、スピン渦が生じる。パークレーのグループはこれを非破壊な方法によって観測することに成功した(文献 49 の図 4 参照)。冷却原子系におけるキブル・ズーレック機構の研究で注意しなければならない点は、系全体の磁化が(近似的に)保存するという制約である。この制約は実際の系においては近接する磁区の磁化が反対方向に向く傾向を生むが、その相関距離よりも大きなスケールにおいてキブル・ズーレック機構が満足される⁵³⁾。

5.2 非平衡緩和

クエンチされた系が熱平衡状態に到達する過程は 2 段階からなる。第 1 段階は、空間の各点で互いにランダムな秩序パラメータをもったドメインが形成される。この段階は、キブル・ズーレック機構によって支配され、状態変化は力学的不安定性によって引き起こされる。第 2 段階は、ドメインが互いに影響しあいながら合体しつつ大きくなる粗粒化機構 (coarsening mechanism) によって支配される。

図 4 は、原子のスピンが 1 の BEC において、外部磁場を突然クエンチすることによって、非磁性な初期状態から出発して BEC が磁化していく過程を示している。上述の第 1 段階において非平衡なスピン状態に用意されたスピノール BEC は、コヒーレントなスピン交換相互作用を行い、各スピン状態の原子数は時間的に振動しながらドメインを形成する。しかし、第 2 段階においては各振動成分間の位相はランダムになり振動は止まり、各成分の原子数はなだらかに変化するようになる。そのようなダイナミクスは ⁸⁷Rb⁶³⁾ と ²³Na⁶⁴⁾ のスピン 1 BEC を用いて観測されている。この段階における本質的な物理は、各ドメインの位相がどのように揃っていくかという運動学 (phase-ordering kinetics)⁶⁵⁾ であり、各ドメインのサイズや相関関数の時間変化が動的臨界指数によって記述されると予想される⁶⁶⁾。このスケーリングダイナミクスはトポロジカル励起

⁴⁴⁾ 正確には、真空度の不完全性由来する残留気体やポテンシャルを作るための電流の熱揺らぎの影響があるが、それは無視できるくらい小さくすることができる。

⁴⁵⁾ 原子は ⁴He などの例外を除きスピンをもっているが、磁気ポテンシャル

中では、スピンは外部磁場によって方向が決まっており、スピンの自由度をもたないスカラー BEC となる。他方、光ポテンシャルによってトラップされている場合は、BEC がスピンの自由度を獲得し、スピノール BEC と呼ばれる。

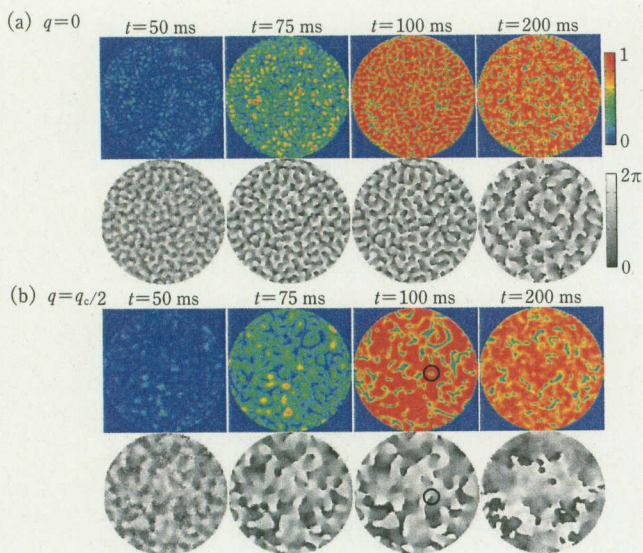


図4 原子のスピンの1のボース・アインシュタイン凝縮体におけるキブル・スーレック機構の数値シミュレーション。はじめ、大きなバイアス磁場下で磁気副準位 $m=0$ に用意された凝縮体に対して、時刻 $t=0$ で磁場をゼロ(a)、または臨界値 q_c の半分の値(b)にまでクエンチした後の磁化形成のダイナミクス。それぞれの図の上段は横磁化の大きさ、下段は位相を表示している。ドメインが成長するにつれて、スピนว渦が形成されていることがわかる。その一例を(b)の $t=100$ ms の図に○で囲んで示した。文献 53 より転載。

の振る舞いとも関連づけられ、図4のような振る舞いが直接観測できるスピノール BEC は理想的な研究手段を提供している。しかし、第2段階の非平衡緩和の物理の解明は、今後の課題として残されている。

5.3 孤立量子系の熱平衡化

冷却原子系は真空中に孤立しており、熱浴に接していない。そのような孤立量子系がそもそも平衡状態に達するののかどうかということは自明ではない。スピノール BEC におけるクエンチ後のダイナミクスに当てはめて考えると、ダイナミカル不安定性やスピン交換相互作用に駆動される初期段階のダイナミクスはよく理解されているが、長時間の振る舞いを理解するためには実験理論の両面でさらなる研究が必要である。さらに、長時間の熱平衡化の振る舞いについては実験的にも不明な点が多い。バークレーのグループはスピン1の ^{87}Rb 凝縮体の熱平衡化の問題を実験的に調べた。彼らは磁化していない非縮退のスピノール気体を蒸発冷却によって転移温度以下にゆっくりと冷却し、その後温度を一定に保って系が緩和していく様子を調べた⁵¹⁾。初期状態として、磁気副準位 $m=1, 0, -1$ の原子数の比を $(1/3, 1/3, 1/3)$ と $(1/4, 1/2, 1/4)$ の2通りの場合について調べた。前者の場合、転移温度以下の全ての温度領域で微小な磁化ドメインの形成が観測されたが、後者では転移点以下で最初は一様な横磁化が、さらに温度を下げるとストライプ状のスピンテクスチャが観測された。しかしながら、観測されたテクスチャの長さスケールは平均場の理論予測と一致しない⁵⁹⁾。

実験と理論の不一致は、観測されている系がまだ熱平衡に達していないせいかもしれない。この問題に答えるためにバー

クレーのグループはより低温で長時間(数秒)にわたって系を緩和させる実験を行った⁶⁷⁾。その結果、平衡状態へ緩和する時間が2次ゼーマン項の強さ q に強く依存することを見いだした。 q が小さい場合 ($|q| \leq h \times 10$ Hz), 凝縮体は数秒で平衡状態に達したが、大きな $|q|$ の場合は平衡状態への緩和の著しい遅れが観測された。これらの観測事実を定量的に説明する理論は、今のところ存在しない。

6. 極低温分子

6.1 極低温分子の生成法

分子は、並進の自由度に加えて振動および回転の自由度をもち、さらに、異なった原子からなる異核種分子は、非等方的で長距離相互作用をする電気双極子モーメントをもつ。これらの自由度を制御できれば、極低温における化学反応だけでなく固体物理における量子シミュレーション⁶⁸⁾ や量子情報処理⁶⁹⁾、あるいは永久双極子モーメント⁷⁰⁾ など基礎物理の検証などへの応用が期待される。最近、イエール大のグループが SrF 分子のレーザー冷却に成功したが⁷¹⁾、一般に分子のもつ複雑なエネルギー準位構造のために分子をレーザー冷却することは極めて困難である。分子を直接冷却する方法として、バッファガスをを用いる方法⁷²⁾ や極性分子を電場で減速する方法⁷³⁾ などがある。これらの方法は汎用性が高い一方で、振動回転の基底状態に至るまで冷却できる方法はわかっていない。

これとは対照的に、汎用性はないが特定の種類の分子を基底状態へと冷却できる方法がある。この方法は、分子を直接冷やすのではなく、分子を構成する原子を別々にレーザー冷却した後で、フェッシュバハ共鳴を用いてそれらを弱く結合させ、それを誘導ラマン断熱過程 (Stimulated Raman Adiabatic Passage: STIRAP) を用いて基底状態の分子を作る方法である。この方法によって、振動および回転の基底状態にある分子の生成に JILA ($^{40}\text{K}^{87}\text{Rb}^{74)$) とインスブルック ($^{87}\text{Rb}_2^{75)$, $^{133}\text{Cs}_2^{76)$) のグループが成功している。また、東大 ($^{41}\text{K}^{87}\text{Rb}^{77)$) のグループは、光会合と STIRAP を組み合わせることで基底状態にある分子の生成に成功している。他方、ハイデルベルク大のグループは光会合を用いて確率的に基底状態に $^7\text{Li}^{133}\text{Cs}$ 分子を作ること成功している⁷⁸⁾。特に、JILA と東大のグループは基底状態に異核種分子を選択的に生成することに成功した。

図5は極低温分子を生成するスキームである。一番下の青い曲線は、基底状態にある2原子分子の結合エネルギーを示す。これは2個の原子を会合させて分子を作るときに系から除去しなければならない結合エネルギーで、約1万度のオーダーをもつ。他方、会合前の原子の運動エネルギーは100 μK しかなく、両者のエネルギースケールは8桁も異なる。この巨大なエネルギースケールの違いが、極低温での化学反応を行う困難さの主な要因である。この問題を克服するために、JILA は周波数コムを利用し、東大のグループは共振器を使っ

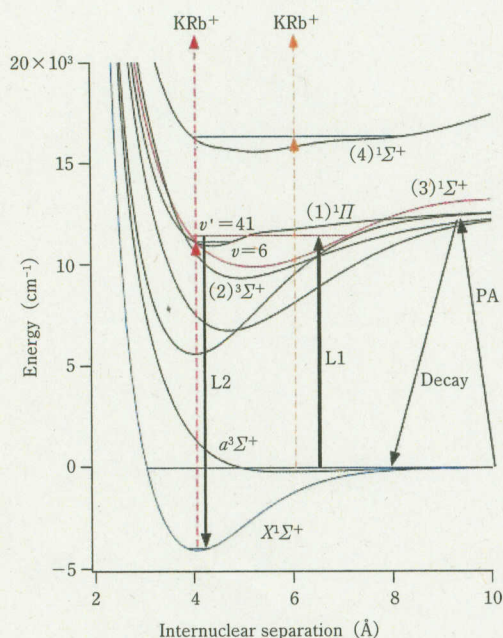


図5 2個の冷却原子を分子に変換するスキーム。各曲線は原子核間距離を横軸にとった分子の内部エネルギーを示している。レーザー冷却された原子にまず、光会合 (PA) 光を当てて自然放出させ、弱く束縛した分子を作り、次に安定化されたレーザー光 L1 (875 nm) と L2 (641 nm) によって分子を振動回転基底状態 (青い曲線の底) に移す。井上慎氏提供。

て2本のレーザー光の周波数差を精密に制御する方法を用い、化学エネルギーを断熱的に除去することに成功した。

6.2 極低温化学反応

振動回転準位の基底状態に用意された分子は、一見すると安定と考えられるが、実際には発熱型の化学反応 $\text{KRb} + \text{KRb} \rightarrow \text{K}_2 + \text{Rb}_2$ が起こりうる。実験の結果、その反応レートが非常に高いことがわかった⁷⁹⁾。基底状態の分子は数百 nK の並進運動エネルギーをもっているが、そのような低温では分子間の衝突過程は相対軌道角運動量 L が $L=0$ (s 波) あるいは $L=1$ (p 波) に決まった部分波散乱となる。 $^{40}\text{K}^{87}\text{Rb}$ はフェルミオンなので、スピン分極した分子の衝突は p 波散乱となる。p 波散乱は遠心力ポテンシャルの大きさが温度換算で $24 \mu\text{K}$ にもなるので、化学反応が起こるためには、分子はこのポテンシャルを量子トンネルする必要がある。他方、異なったスピン状態に用意された分子は s 波散乱が可能なので遠心力ポテンシャルは存在せず、化学反応のレートは高くなることが予想される。JILA のグループは、そのような比較実験を行い、スピン分極した分子の反応レートが、しない場合に比べて 10 倍から 100 倍抑圧され、かつ、p 波散乱レートが Bethe-Wigner のしきい値則に従い温度に比例して増大することを観測した⁷⁹⁾。

$^{40}\text{K}^{87}\text{Rb}$ は永久電気双極子モーメント 0.57 Debye をもっているが、振動回転準位の基底状態のパリティは偶なので、双極子モーメントはゼロになる。この系では双極子モーメントは電場を印加することによって誘起される。双極子モーメント間の相互作用は異方的であることを反映して、電場印加とともに

極性分子間の散乱が異方的になることが観測された⁸⁰⁾。この異方的な性質を利用して 2 次元的な光格子中の極性分子の化学反応のレートが制御された⁸¹⁾。さらに、3 次元光格子の各格子点に極性分子を配列することにより、格子点上に配列された擬スピン系が実現された⁸²⁾。

現在、さまざまな原子種の組み合わせによる異核子分子の研究が進められている。KRb に加えて、Li を含む分子は発熱型で化学反応を起こしてロスが発生する。にもかかわらず、 $^{23}\text{Na}^6\text{Li}$ はファンデルワールス係数 C_6 がアルカリ原子のみからなる異核子分子の中で最も小さく、このため、化学反応 $\text{NaLi} + \text{NaLi} \rightarrow \text{Na}_2 + \text{Li}_2$ のレートが小さく抑えられ、1 秒程度の寿命をもつものと期待される⁸³⁾。これに対して、NaK, NaRb, NaCs, KCs, RbCs は吸熱型なので安定であり、このような分子の研究も進められている⁸⁴⁾。

7. 極限量子操作

7.1 単一原子操作と検出

ボース・アインシュタイン凝縮は、相互作用の強さなどマクロ系の量子状態を特徴づけるパラメータを自在に制御できる点に特色があった。他方、光格子に原子気体を入れると、系全体をマクロ制御すると同時に個別の原子をマイクロに観測・制御することが可能になる。その理由は、光格子の格子間隔が (赤外) レーザー光の波長程度なので、光学素子を工夫することによって、位置分解能を波長と同程度かそれ以下にできるからである。

ペンシルベニア大のグループは、3 次元光格子の格子間隔を $4.9 \mu\text{m}$ とし、CCD カメラで撮像することで格子面上の原子の識別に成功した⁸⁵⁾。ハーバード大のグループは、2 次元光格子の直上にソリッドイメージングレンズを設置することで 0.8 という高い開口数を確保して、600 nm の分解能で格子面状の多数の原子を識別することに成功し (図 6)⁸⁶⁾、この技術を用いてモット絶縁体 - 超流動転移における原子配列の変化を原子 1 個のレベルで撮像することに成功した⁸⁷⁾。

マックスプランク研究所のグループは、開口数が 0.68、分解能が 700 nm の対物レンズをデザインし、蛍光像から実験的に決定された点広がり関数を用いて原子像を再構成した。この方法を用いて、2 次元 BEC とモット絶縁体における原子の空間分布の違いを研究した⁸⁸⁾。同グループはまた、光格子中の不純物スピンのリアルタイムに伝搬する様子を観測した⁸⁹⁾。

以上の実験では、光格子の同じサイトに 2 原子が共存すると、光誘起非弾性衝突が起こり、原子が失われてしまう。したがって、各サイトで実際に観測される原子数は 0 個または 1 個であり、3 個以上の原子は直接観測することはできない (パリティ測定)。

シカゴ大のグループは高精度で局所密度を測定する技術⁹⁰⁾を用いて、2 次元光格子中のセシウム気体が絶対零度において、モット絶縁体相から超流動相へと量子相転移する

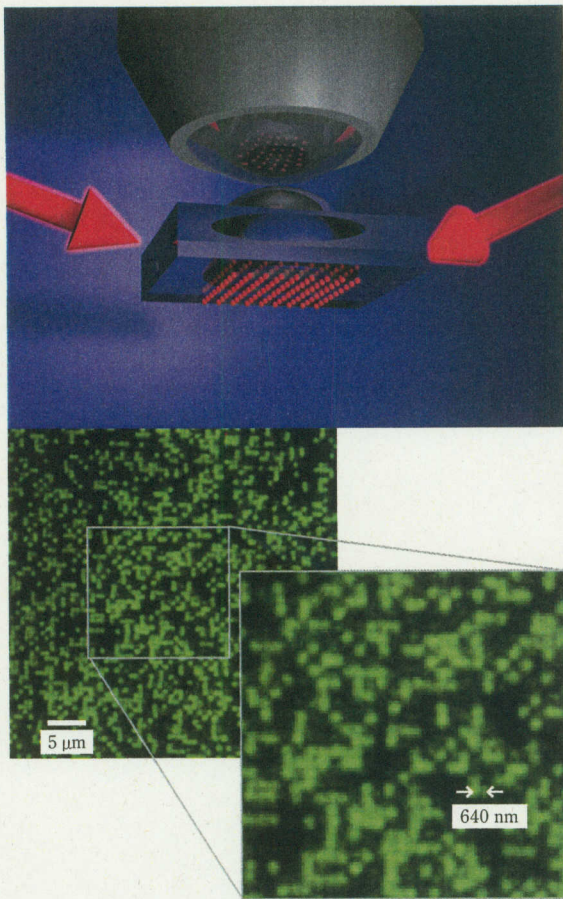


図6 冷却原子気体の高解像度顕微鏡と、それを用いて撮像された2次元 ^{87}Rb 原子気体。2次元光格子の直上にソリッドイメージングレンズを配置することにより、0.8という高い開口数をもった高解像度顕微鏡を実現し、1個1個の原子を98%の確率で検出した。各格子に2個以上の原子が集まると、非弾性衝突を起こして原子が失われるので、この方法で検出できるのは原子数が偶数(このとき原子は検出されない)か奇数(このとき原子が1個検出される)かというパリティ測定となっている。Markus Greiner氏提供。

際に期待される状態方程式のスケーリング則などの量子臨界現象を観測した⁹¹⁾。なお、光格子中ではないが、マインツ大学のグループは、走査型電子顕微鏡を用いて150 nm以下の空間分解能で光トラップ中の原子のイメージングに成功している⁹²⁾。

7.2 少数原子状態の生成

ハイデルベルク大のグループは、原子数が1個から10個までの決まった状態の原子数確定状態を作り出すことに成功した⁹³⁾。マイクロメートルサイズの微小な光双極子トラップ中では、量子化されたエネルギー準位間隔が10 kHz程度になるので、これよりも十分低温に冷却された縮退フェルミ気体を入れると、各準位に1個ずつ原子が入る。これに傾いた線形ポテンシャルを重ね合わせてエネルギーの高い原子を逃がすことで、ポテンシャルにトラップされる原子数を調節できる。トラップされた原子は、CMOT (Compressed Magneto-Optical Trap) に移行して蛍光測定を行うことによって、1原子レベルの感度で原子数を測定することができる。この技術を応用することにより、原子核に似た少数多体系における超流動現象

や、ポテンシャルを分割することによって、エンタングルした状態を作ることができるものと期待される。

この系はフェルミ粒子のフェッシュバハ共鳴の正確な位置の決定に応用することができる。フェッシュバハ共鳴の位置を決める最も正確な方法は、RF (Radio-Frequency) 分光の方法である。しかし、この方法は初期状態と終状態における原子間相互作用による平均場エネルギーシフトの影響を受け、それがシステムティックエラーの原因となっている。これを減らすためには、相互作用の強さを特徴づける無次元パラメータ na^3 を小さくしなければならない。ここで n は原子数密度、 a は s 波散乱長である。実際の実験では原子数密度が 10^{13} cm^{-3} 程度以上に制限されているために、測定できる散乱長の上限が1000 Å程度に制約され、これがフェッシュバハ共鳴位置の正確な決定の妨げとなっていた。しかし、上に述べた方法では原子数密度を 10^9 cm^{-3} 程度に減らすことができるために、この制約が大幅に緩和され、共鳴位置を正確に決定できる。2個のフェルミオンがクーパー対を形成してそれが凝縮する Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS) 状態と、フェルミオンの束縛分子がボース・アインシュタイン凝縮を起こす BEC 状態の間を、外部磁場の関数としてクロスオーバーさせる実験では、 ^6Li のフェッシュバハ共鳴が用いられる。 ^6Li には6個の超微細準位があるが、このうちクロスオーバーの実験で用いられる一番低い2準位の共鳴位置は、これまで知られていた 834.15 G ⁹⁴⁾ から $832.18(8) \text{ G}$ へと修正され、約2 G ずれていたことが明らかになった⁹⁵⁾。このずれは、ユニタリー気体の性質を決定する基本定数である Bertsch パラメータ⁶⁾に関するこれまでの最新の測定結果⁹⁶⁾に、約2%の系統誤差を与える。それを修正して決定された新たな値は、 $\xi = 0.370(5)(8)$ である。ここで、(5)と(8)はそれぞれ統計誤差と系統誤差である。

7.3 超高感度磁気センサ

高感度磁気センサの代表格である SQUID⁹⁷⁾ や原子磁力計⁹⁸⁾ は、空間分解能を高めることがデバイスの構造上困難である。これに対して、微小な領域にトラップできる冷却原子気体は、高い空間分解能を維持したまま高感度な磁気センサとしての役割を果たす。ハイデルベルク大のグループは、アトムチップにトラップされた擬1次元のスカラ BEC を用いて $3 \mu\text{m}$ の空間分解能で 300 pT の感度をもつ磁気センサを開発し、それを用いて金の薄膜の不均一磁場を測定した⁹⁹⁾。ここでは BEC は磁場のポテンシャルにトラップされており、1 nT 程度の磁場が変化するだけで、磁気ポテンシャルの変形に伴う原子数密度分布の変化が観測されることを利用している。測定された磁場は薄膜中の電流分布を反映しており、この事実を利用して同グループは薄膜中の電流分布を決定した¹⁰⁰⁾。このように、冷却原子を使って固体の μm スケールの輸送現

⁶⁾ユニタリー気体の基底状態のエネルギーを理想フェルミ気体のエネルギーで割った比を、Bertsch パラメータという。

象をプローブすることができる。

2次元的な空間分解能をもった高感度の磁場計測がスピンの ^{87}Rb BECを用いて実現された¹⁰¹⁾。横磁化を初期状態にもつ気体を準備し、外部磁場の下でラーモア歳差運動させようとして、その角度を位相コントラスト撮像法¹⁰²⁾で測定する。ラーモア歳差運動の角度は、上で述べた密度変化よりもはるかに高い感度で測定でき、最初の実証実験で得られた磁場感度 $8.3\text{ pT/Hz}^{1/2}$ は、すでにSQUIDの低周波数領域の磁場検出感度と同程度のレベルに達している。ラーモア歳差運動の周波数の時間変動を測定することによって、超伝導フィルム中を移動する量子渦を撮像することができるかもしれない¹⁰³⁾。スピノール BECを用いた磁気センサの感度はスピネマティックスクイーミング^{104,105)}することによって原子のショット雑音限界を超えた精度に到達できるものと期待される。

8. むすび

本総合報告では、冷却原子気体の発展を最新の話題に限定してレビューを行った。にもかかわらず、誌面の都合上、いくつかの重要な話題については割愛せざるをえなかった。その中で、今後大きく発展する可能性のある分野は、冷却原子の技術とオプトメカニクスを組み合わせる研究^{106,107)}、カゴメ格子などを光格子で人工的に作って磁性体のモデルを実験的に研究すること^{108,109)}、および、極めて大きな磁気双極子モーメントをもった磁気流体の研究^{17,18)}などであろう。冷却原子気体の分野は周辺技術のノウハウと知見を融合させつつ、今後ますます研究のすそ野を拡大していくものと期待される。

謝辞

本記事を読んでコメントをいただきました池田達彦氏、井上慎氏、遠藤晋平氏、小鷲貴美子氏に感謝いたします。本記事の執筆は科学研究費(番号 22340114 および 22103005)の援助を受けてなされました。

文献

- 1) 上田正仁: 現代量子物理学 - 基礎と応用 (培風館).
- 2) F. Marquardt and S. M. Girvin: *Physics* 2, 40 (2009).
- 3) M. Aspelmeyer, P. Meystre, and K. Schwab: *Physics Today* 65, 29 (2012).
- 4) 清水富士夫: 応用物理 60, 864 (1991).
- 5) 上田正仁: 日本物理学会誌 53, 663 (1998).
- 6) 久我隆弘: 日本物理学会誌 55, 90 (2000).
- 7) 大橋洋士: 日本物理学会誌 59, 207 (2004).
- 8) 堀越宗一, 向山敬, 上田正仁: 日本物理学会誌 67, 257 (2012).
- 9) C. J. Pethick and H. Smith: *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases* (Cambridge University Press, 2008).
- 10) M. Ueda: *Fundamentals and New Frontiers of Bose-Einstein Condensation* (World Scientific, 2010).
- 11) 川口由紀, 齋藤弘樹, 上田正仁: 日本物理学会誌 64, 623 (2009).
- 12) F. Pereira, Dos Santos, J. Léonard, J. Wang, C. J. Barrelet, F. Perales, E. Rasel, C. S. Unnikrishnan, M. Leduc, and C. Cohen-Tannoudji: *Phys. Rev. Lett.* 86, 3459 (2001).
- 13) S. Kraft, F. Vogt, O. Appel, F. Riehle, and U. Sterr: *Phys. Rev. Lett.* 103, 130401 (2009).
- 14) S. Stellmer, M. K. Tey, B. Huang, R. Grimm, and F. Schreck: *Phys. Rev. Lett.* 103, 200401 (2009).
- 15) Y. Takasu, K. Maki, K. Komori, T. Takano, K. Honda, M. Kumakura, T. Yabuzaki, and Y. Takahashi: *Phys. Rev. Lett.* 91, 040404 (2003).
- 16) A. Griesmaier, J. Werner, S. Hensler, J. Stuhler, and T. Pfau: *Phys. Rev. Lett.* 94, 160401 (2005).
- 17) M. Lu, N. Q. Burdick, S. H. Youn, and B. L. Lev: *Phys. Rev. Lett.* 107, 190401 (2011).
- 18) K. Aikawa, A. Frisch, M. Mark, S. Baier, A. Rietzler, R. Grimm, and F. Ferlaino: *Phys. Rev. Lett.* 108, 210401 (2012).
- 19) V. Efimov: *Phys. Lett. B* 33, 563 (1970); V. Efimov: *Sov. J. Nucl. Phys.* 12, 589 (1971).
- 20) P. O. Fedichev, M. W. Reynolds, and G. V. Shlyapnikov: *Phys. Rev. Lett.* 77, 2921 (1996).
- 21) E. Nielsen, D. V. Fedorov, and A. S. Jensen: *Phys. Rev. Lett.* 82, 2844 (1999); B. D. Esry, C. H. Greene, and J. P. Burke, Jr.: *Phys. Rev. Lett.* 83, 1751 (1999); E. Braaten and H.-W. Hammer: *Phys. Rep.* 428, 259 (2006).
- 22) T. Kraemer, M. Mark, P. Waldburger, J. G. Danzl, C. Chin, B. Engeser, A. D. Lange, K. Pilch, A. Jaakkola, H.-C. Nägerl, and R. Grimm: *Nature* 440, 315 (2006).
- 23) エフィモフ状態の実験的發展を含むレビューについては例えば次の文献を参照。F. Ferlaino and R. Grimm: *Physics* 3, 9 (2010); C. H. Greene: *Phys. Today* 63, 40 (2010).
- 24) M. Berninger, A. Zenesini, B. Huang, W. Harm, H.-C. Nägerl, F. Ferlaino, R. Grimm, P. S. Julienne, and J. M. Hutson: *Phys. Rev. Lett.* 107, 120401 (2011).
- 25) P. Naidon, E. Hiyama, and M. Ueda: *Phys. Rev. A* 86, 012502 (2012).
- 26) Jia Wang, J. P. D'Incao, B. D. Esry, and C. H. Greene: *Phys. Rev. Lett.* 108, 263001 (2012).
- 27) P. Naidon, S. Endo, and M. Ueda: arXiv:1208.3912.
- 28) J. von Stecher, J. P. D'Incao, and C. H. Greene: *Nature Phys.* 5, 417 (2009).
- 29) F. Ferlaino, S. Knoop, M. Berninger, W. Harm, J. P. D'Incao, H.-C. Nägerl, and R. Grimm: *Phys. Rev. Lett.* 102, 140401 (2009).
- 30) J. von Stecher, and J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 43, 101002 (2010).
- 31) A. Zenesini, B. Huang, M. Berninger, S. Besler, H.-C. Nägerl, F. Ferlaino, R. Grimm, Chris H. Greene, and J. von Stecher: *New J. Phys.* 15, 043040 (2013).
- 32) L. Platter, H.-W. Hammer, and Ulf-G. Meißner: *Phys. Rev. A* 70, 052101 (2004); H.-W. Hammer and L. Platter: *Eur. Phys. J. A* 32, 113 (2007).
- 33) J. Dalibard, F. Gerbier, G. Juzeliūnas, and P. Öhberg: *Rev. Mod. Phys.* 83, 1523 (2011).
- 34) R. Dum and M. Olshanii: *Phys. Rev. Lett.* 76, 1788 (1996).
- 35) J. Ye, H. J. Kimble, and H. Katori: *Science* 320, 1734 (2008).
- 36) P. M. Visser and G. Nienhuis: *Phys. Rev. A* 57, 4581 (1998).
- 37) Y.-J. Lin, R. L. Compton, K. Jiménez-García, J. V. Porto, and I. B. Spielman: *Nature (London)* 462, 628 (2009).
- 38) Y.-J. Lin, K. Jiménez-García, and I. B. Spielman: *Nature (London)* 471, 83 (2011).
- 39) N. R. Cooper: *Phys. Rev. Lett.* 106, 175301 (2011).
- 40) M. C. Beeler, R. A. Williams, K. Jiménez-García, L. J. LeBlanc, A. R. Perry, and I. B. Spielman: *Nature* 498, 201 (2013).
- 41) T. W. B. Kibble: *J. Phys. A* 9, 1387 (1976).
- 42) W. H. Zurek: *Nature* 317, 505 (1985); *Phys. Rep.* 276, 177 (1996).
- 43) I. Chuang, R. Durrer, N. Turok, and B. Yurke: *Science* 251, 1336 (1991).
- 44) M. J. Bowick, L. Chandar, E. A. Schiff, and A. M. Srivastava: *Science* 263, 943 (1994).
- 45) D. Scherer, C. Weiler, T. Neely, and B. Anderson: *Phys. Rev. Lett.* 98, 110402 (2007).
- 46) C. Weiler, T. Neely, D. Scherer, A. Bradley, M. Davis, and B. Anderson: *Nature* 455, 948 (2008).
- 47) Y. Kawaguchi and M. Ueda: *Phys. Rep.* 520, 253 (2012).
- 48) D. M. Stamper-Kurn and M. Ueda: *Rev. Mod. Phys.* 85, 1191 (2013).
- 49) L. E. Sadler, J. M. Higbie, S. R. Leslie, M. Vengalattore, and D. M. Stamper-Kurn: *Nature* 443, 312 (2006).
- 50) M. Vengalattore, S. R. Leslie, J. Guzman, and D. M. Stamper-Kurn: *Phys. Rev. Lett.* 100, 170403 (2008).
- 51) M. Vengalattore, J. Guzman, S. R. Leslie, F. Serwane, and D. M. Stamper-Kurn: *Phys. Rev. A* 81, 053612 (2010).

- 52) H. Saito, Y. Kawaguchi, and M. Ueda: Phys. Rev. A **75**, 013621 (2007).
- 53) H. Saito, Y. Kawaguchi, and M. Ueda: Phys. Rev. A **76**, 043613 (2007).
- 54) A. Lamacraft: Phys. Rev. Lett. **98**, 160404 (2007).
- 55) M. Uhlmann, R. Schützhold, and U. R. Fischer: Phys. Rev. Lett. **99**, 120407 (2007).
- 56) B. Damski and W. H. Zurek: Phys. Rev. Lett. **99**, 130402 (2007).
- 57) R. Cherng, V. Gritsev, D. M. Stamper-Kurn, and E. Demler: Phys. Rev. Lett. **100**, 180404 (2008).
- 58) J. Zhang and T.-L. Ho: J. Low Temp. Phys. **161**, 325 (2010).
- 59) Y. Kawaguchi, H. Saito, K. Kudo, and M. Ueda: Phys. Rev. A **82**, 043627 (2010).
- 60) W. H. Zurek, U. Dorner, and P. Zoller: Phys. Rev. Lett. **95**, 105701 (2005).
- 61) J. Dziarmaga: Phys. Rev. Lett. **95**, 245701 (2005).
- 62) A. Polkovnikov: Phys. Rev. B **72**, 161201 (2005).
- 63) M.-S. Chang, Q. S. Qin, W. X. Zhang, L. You, and M. S. Chapman: Nature Physics **1**, 111 (2005).
- 64) Y. Liu, E. Gomez, S. E. Maxwell, L. D. Turner, E. Tiesinga, and P. D. Lett: Phys. Rev. Lett. **102**, 225301 (2009).
- 65) A. J. Bray: Adv. Phys. **3**, 357 (1994).
- 66) P. C. Hohenberg and B. I. Halperin: Rev. Mod. Phys. **48**, 435 (1977).
- 67) J. Guzman, G. B. Jo, A. N. Wenz, K. W. Murch, C. K. Thomas, and D. M. Stamper-Kurn: Phys. Rev. A **84**, 063625 (2011).
- 68) L. Carr, D. DeMille, R. Krems, and J. Ye: New J. Phys. **11**, 055049 (2009).
- 69) D. DeMille: Phys. Rev. Lett. **88**, 067901 (2002).
- 70) M. Tarbutt, J. Hudson, B. Sauer, and E. Hinds: Faraday Discuss. **142**, 37 (2009).
- 71) E. S. Shuman, J. F. Barry, and D. DeMille: Nature **467**, 820 (2010).
- 72) W. C. Campbell and J. M. Doyle: *Cold Molecules: Theory, Experiment, Applications*, (ed.) R. Krems, B. Friedrich and W. C. Stwalley, Chapter 13 (CRC Press, Boca Raton, 2009).
- 73) S. Y. T. van de Meerakker, H. L. Bethlem, and G. Meijer: *Cold Molecules: Theory, Experiment, Applications*, (ed.) R. Krems, B. Friedrich and W. C. Stwalley, Chapter 14 (CRC Press, Boca Raton, 2009).
- 74) K.-K. Ni, S. Ospelkaus, M. H. G. de Miranda, A. Pe'er, B. Neyen-huis, J. J. Zirbel, S. Kotochigova, P. S. Julienne, D. S. Jin, and J. Ye: Science **322**, 231 (2008).
- 75) F. Lang, K. Winkler, C. Strauss, R. Grimm, and J. H. Denschlag: Phys. Rev. Lett. **101**, 133005 (2008).
- 76) J. G. Danzl, M. J. Mark, E. Haller, M. Gustavsson, R. Hart, J. Aldegunde, J. M. Hutson, and H.-C. Nägerl: Nature Phys. **6**, 265 (2010).
- 77) K. Aikawa, D. Akamatsu, M. Hayashi, K. Oasa, J. Kobayashi, P. Naidon, T. Kishimoto, M. Ueda, and S. Inouye: Phys. Rev. Lett. **105**, 203001 (2010).
- 78) J. Deiglmayr, A. Grochola, M. Repp, K. Mörtlbauer, C. Glück, J. Lange, O. Dulieu, R. Wester, and M. Weidemüller: Phys. Rev. Lett. **101**, 133004 (2008).
- 79) S. Ospelkaus, K.-K. Ni, D. Wang, M. H. G. de Miranda, B. Neyen-huis, G. Quémener, P. S. Julienne, J. L. Bohn, D. S. Jin, and J. Ye: Science **327**, 853 (2010).
- 80) K.-K. Ni, S. Ospelkaus, D. Wang, G. Quémener, B. Neyen-huis, M. H. G. de Miranda, J. L. Bohn, J. Ye, and D. S. Jin: Nature **464**, 1324 (2010).
- 81) M. H. G. de Miranda, A. Chotia, B. Neyen-huis, D. Wang, G. Quémener, S. Ospelkaus, J. L. Bohn, J. Ye, and D. S. Jin: Nature Phys. **7**, 502 (2011).
- 82) B. Yan, S. A. Moses, B. Gadow, J. P. Covey, K. R. A. Hazzard, A. M. Rey, D. S. Jin, and J. Ye: arXiv: 1305.5598.
- 83) M. -S. Heo, T. T. Wang, C. A. Christensen, T. M. Rvachov, D. A. Cotta, J.-H. Choi, Y.-R. Lee, and W. Ketterle: Phys. Rev. A **86**, 021602(R) (2012).
- 84) T. Takekoshi, M. Debatin, R. Rameshan, F. Ferlaino, R. Grimm, H.-C. Nägerl, C. R. Le Sueur, J. M. Hutson, P. S. Julienne, S. Kotochigova, and E. Tiemann: Phys. Rev. A **85**, 032506 (2012).
- 85) K. D. Nelson, X. Li, and D. S. Weiss: Nature Phys. **3**, 556 (2007).
- 86) W. S. Bakr, J. I. Gillen, A. Peng, S. Fölling, and M. Greiner: Nature **462**, 74 (2009).
- 87) W. S. Bakr, A. Peng, M. E. Tai, R. Ma, J. Simon, J. I. Gillen, S. Fölling, L. Pollet, and M. Greiner: Science **329**, 547 (2010).
- 88) J. F. Sherson, C. Weitenberg, M. Endres, M. Cheneau, I. Bloch, and S. Kuhr: Nature **467**, 68 (2010).
- 89) T. Fukuhara, A. Kantian, M. Endres, M. Cheneau, P. Schauß, S. Hild, D. Bellem, U. Schöllwock, T. Giamarchi, C. Gross, I. Bloch, and S. Kuhr: Nat. Phys. **9**, 235 (2013).
- 90) N. Gemelke, X. Zhang, C.-L. Hung, and C. Chin: Nature **460**, 995 (2009).
- 91) X. Zhang, C.-L. Hung, S.-K. Tung, and C. Chin: Science **335**, 1070 (2012).
- 92) T. Gericke, P. Wurtz, D. Reitz, T. Langen, and H. Ott: Nature Phys. **4**, 949 (2008).
- 93) F. Serwane, G. Zürn, T. Lompe, T. B. Ottenstein, A. N. Wenz, and S. Jochim: Science **332**, 336 (2011).
- 94) M. Bartenstein, *et al.*: Phys. Rev. Lett. **94**, 103201 (2005).
- 95) G. Zürn, T. Lompe, A. N. Wenz, S. Jochim, P. S. Julienne, and J. M. Hutson: Phys. Rev. Lett. **110**, 135301 (2013).
- 96) M. J. H. Ku, A. T. Sommer, L. W. Cheuk, and M. W. Zwierlein: Science **335**, 563 (2012).
- 97) M. I. Faley, K. Pratt, R. Reineman, D. Schurig, S. Gott, C. G. Atwood, R. E. Sarwinski, D. N. Paulson, T. N. Starr, and R. L. Fagaly: Supercond. Sci. Technol. **17**, 324 (2004).
- 98) I. K. Kominis, T. W. Kornack, J. C. Allred, and M. V. Romalis: Nature **422**, 596 (2003).
- 99) S. Wildermuth, S. Hofferberth, I. Lesanovsky, E. Haller, L. M. Andersson, S. Groth, I. Bar-Joseph, P. Krüger, and J. Schmiedmayer: Nature **435**, 440 (2005).
- 100) S. Aigner, L. Della Pietra, Y. Japha, O. Entin-Wohlman, T. David, R. Salem, R. Folman, and J. Schmiedmayer: Science **319**, 1226 (2008).
- 101) M. Vengalattore, J. M. Higbie, S. R. Leslie, J. Guzman, L. E. Sadler, and D. M. Stamper-Kurn: Phys. Rev. Lett. **98**, 200801 (2007).
- 102) J. M. Higbie, L. E. Sadler, S. Inouye, A. P. Chikkatur, S. R. Leslie, K. L. Moore, V. Savalli, and D. M. Stamper-Kurn: Phys. Rev. Lett. **95**, 050401 (2005).
- 103) S. Scheel, R. Fermani, and E. A. Hinds: Phys. Rev. A **75**, 064901 (2007).
- 104) J. D. Sau, S. R. Leslie, M. L. Cohen, and D. M. Stamper-Kurn: New J. Phys. **12**, 085011 (2010).
- 105) E. Yukawa, M. Ueda, and K. Nemoto: arXiv:1305.2560.
- 106) D. M. Stamper-Kurn: arXiv: 1204.4351.
- 107) H. Ritsch, P. Domokos, F. Brennecke, and T. Esslinger: Rev. Mod. Phys. **85**, 553 (2013).
- 108) G.-B. Jo, J. Guzman, C. K. Thomas, P. Hosur, A. Vishwanath, and D. M. Stamper-Kurn: Phys. Rev. Lett. **108**, 045305 (2012).
- 109) L. Tarruell, D. Greif, T. Uehlinger, G. Jotzu, and T. Esslinger: Nature **483**, 302 (2012).

(2013年6月8日 受理)

Profile



上田 正仁 (うだ まさひと)

1986年東京大学理学部物理学科卒。88年東京大学大学院理学系研究科(物理学)修士課程修了。博士(理学)。88年NTT基礎研究所研究員。94年広島大学工学部助教授。00年東京工業大学大学院理工学研究科教授。08年より東京大学大学院理学系研究科教授。